

направлении силы X_1 и момента X_2 ; X_3 – изгибающий момент, возникающий в поперечном сечении гибкого проводника по оси симметрии.

Вывод. Полученные модели применяются при сложных механических воздействиях. Однако особую актуальность расчет прочности таких выводов приобретает при воздействии акустических шумов, так как при этом повышается частотный диапазон, а значит, происходит приближение к резонансным частотам.

Разработанные расчетные модели легли в основу автоматизированной подсистемы анализа и обеспечения времени до усталостного разрушения пластинчатых и стержневых элементов конструкций БКТ и БЭТ бортовой РЭА при вибрационных воздействиях и использованы для оценки времени до усталостного разрушения выводов РЭ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Роцин К.В. Анализ пакетов прикладных программ, применяемых для математического моделирования механических процессов в конструкциях бортовой радиоэлектронной аппаратуры / К.В. Роцин // Материалы V Междун. научной конф. «Прочность и разрушение материалов и конструкций» (проект РФФИ № 08-08-99700). – Оренбург: Изд-во ИПК ГОУ ОГУ, 2008. – С. 316-318.

2. Степин П.А. Сопротивление материалов: Учебник для немашино-строит. спец. вузов / П.А. Степин. – М.: Высшая школа, 1988. – 367 с.

3. Роцин К.В. Усталостное разрушение выводов радиоэлементов при гармонической и случайной вибрации/ К.В. Роцин // Вестник Донского государственного технического университета. – 2008. – Т.8. – № 1(36). – С. 86-95.

4. Карпушин В.Б. Вибрации и удары в радиоаппаратуре / В.Б. Карпушин. – М.: Сов.радио, 1971. – 344 с.

5. Токарев М.Ф. Механические воздействия и защита радиоэлектронной аппаратуры / М.Ф. Токарев, Е.Н. Талицкий, В.А. Фролов. – М., 1983. – 256 с.

6. Кузнецов О.А. Прочность элемента микроэлектронной аппаратуры/ О.А. Кузнецов, А.И. Погалов, В.С. Сергеев. – М.: Радио и связь, 1990. – 144 с.

УДК 621.791.12: 621.7.044.2

РАСЧЁТ ПРОЧНОСТИ ТВЁРДОГО ТЕЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНФОРМНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ

Ю.В. Савченко¹, И.В. Вернер², П.А. Ружин³

¹старший преподаватель кафедры технологии горного машиностроения, Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет», Днепропетровск, Украина, E-mail: savcheny@ua.fm

²заведующий лабораторией информационных технологий проектирования кафедры основ конструирования механизмов и машин, Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет», Днепропетровск, Украина, E-mail: ill3@mail.ru

³студент группы ИМмм-11-1, Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет», Днепропетровск, Украина

Аннотация. Разработана математическая модель, которая позволяет оптимизировать с точки зрения дефектообразования параметры нагружения обрабатываемых материалов, разрушение рассмотрено как метод создания дефектов на субмикроскопическом уровне в гетерогенных средах.

Ключевые слова: математическая модель, гетерогенная среда, дефектообразование, прочность.

CALCULATION OF STRENGTH SOLID BODY WITH USING CONFORMAL MAPPING

Y. Savchenko¹, I. Verner², P. Ruzhin³

¹Senior Lecturer, Department of Mining Engineering, State Higher Educational Institution "National Mining University", Dnepropetrovsk, Ukraine, e-mail: savcheny@ua.fm

²Head of informational technology design laboratory, Machinery Design Bases Department, State Higher Educational Institution "National Mining University", Dnepropetrovsk, Ukraine, e-mail: ill3@mail.ru

³Student, State Higher Educational Institution "National Mining University", Dnepropetrovsk, Ukraine

Abstract. Developed a mathematical model, which allows optimizing in terms of defect parameters loading of processed materials, the destruction is considered as a method of creating defects on the submicroscopic level in heterogeneous environments.

Keywords: mathematical model, heterogeneous medium, defect formation, strength.

Введение. В современных условиях развития промышленности существует необходимость в расчёте на прочность твёрдых тел и разрушении гетерогенных сплавов, обеспечивающую высокую производительность, низкие энергозатраты и носящие экологически чистый характер [1].

Одним из путей решения проблемы может быть ударно-волновая обработка, создающая условия действия на материал высоких давлений и скоростей нагружения, а также вызывающая создание высокодефектной структуры [2, 3].

В ранее представленной работе описан метод определения коэффициента концентрации напряжений с использованием конформного отображения трещины на круг единичного радиуса в виде трещины синусоиды $y = \sin(\pi/2 + x)$, $x \in [a, b]$, где $[a, b]$ – отрезок или длина изучаемой трещины, точки a и b – координаты его концов в декартовой системе координат XOY , начало которой находится точно на середине положительной полуволны, имеющей натуральную луночку с максимальной шириной δ [4].

Необходимость оценки влияния ударных волн разной интенсивности на механизм дефектообразования и процесс разрушения гетерогенной среды обуславливает *проведение теоретических исследований* [5].

Цель работы. Разработка математической модели разрушения гетерогенных сред, позволяющей определять критические параметры ударно-волнового нагружения материалов.

Материалы и результаты исследований. Отображение трещины типа круговой луночки, находящейся под углом, на круг единичного радиуса.

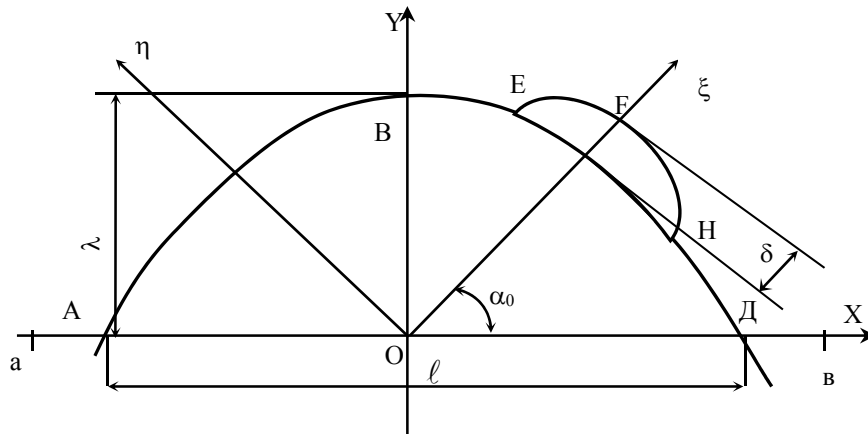


Рис. 1 – Схема расположения трещины

Пусть дана синусоида $y = \sin(\pi/2 + x)$, $x \in [a, b]$ где $[a, b]$ – отрезок или длина изучаемого сварного шва, точки a и b – координаты его концов в неподвижной декартовой системе координат XOY , начало которой находится точно на середине положительной полуволны ABD , имеющей на правом скате натуральную луночку $EFHP$ с максимальной шириной δ . Длина полуволны $l = (b - a)/n$, где n – число полуволн на отрезке $[a, b]$ (Рис. 1).

Очевидно, что уравнение интерполирующей окружности Ω_1 будет в системе координат XOY

$$x^2 + (y - Y_{O_1})^2 = r_1^2 \tag{1}$$

где

$$Y_{O_1} = \frac{4\lambda^2 - \ell^2}{8\lambda}, r_1 = \frac{4\lambda^2 + \ell^2}{8\lambda},$$

Повернем прямоугольную систему координат XOY против часовой стрелки вокруг т.О на угол

$$\alpha_0 = \text{arctg} \frac{y_F}{x_F}, \tag{2}$$

получим новую систему координат $\xi O \eta$.

Координаты системы $\xi O \eta$ связаны с координатами системы XOY соотношениями

$$\begin{cases} x = \xi \cos \alpha_0 - \eta \sin \alpha_0; \\ y = \xi \sin \alpha_0 + \eta \cos \alpha_0, \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \xi = x \cos \alpha_0 + y \sin \alpha_0; \\ \eta = -x \sin \alpha_0 + y \cos \alpha_0. \end{cases} \quad (4)$$

Тогда можно записать уравнение интерполирующей окружности Ω'_2 в координатах $\xi O \eta$

$$(\xi - \xi_{O^{11}})^2 + (\eta - \eta_{O^{11}})^2 = r_2^2, \quad (5)$$

где

$$\xi_{O^{11}} = \frac{\frac{\eta_F^2 - \xi_E^2 - \eta_E^2}{2(\eta_F - \eta_E)} - \frac{\eta_F^2 - \xi_H^2 - \eta_H^2}{2(\eta_F - \eta_H)}}{\frac{\xi_E}{\eta_F - \eta_E} - \frac{\xi_H}{\eta_F - \eta_H}}; \quad (6)$$

$$\eta_{O^{11}} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\xi_E}{\eta_F - \eta_E} + \frac{\xi_H}{\eta_F - \eta_E} \right) \cdot \xi_{O^{11}} + \frac{\eta_F^2 - \xi_E^2 - \eta_E^2}{2(\eta_F - \eta_E)} + \frac{\eta_F^2 - \xi_H^2 - \eta_H^2}{2(\eta_F - \eta_H)} \right]; \quad (7)$$

$$r_2 = \sqrt{\xi_{O^{11}}^2 + (\eta_F - \eta_{O^{11}})^2}; \quad (8)$$

$$\text{т.Е:} \quad \begin{cases} \xi_E = x_E \cos \alpha_0 + y_E \sin \alpha_0; \\ \eta_E = -x_E \sin \alpha_0 + y_E \cos \alpha_0; \end{cases} \quad (9);(10)$$

$$\text{т.Ф:} \quad \begin{cases} \xi_F = x_F \cos \alpha_0 + y_F \sin \alpha_0; \\ \eta_F = -x_F \sin \alpha_0 + y_F \cos \alpha_0; \end{cases} \quad (11);(12)$$

$$\text{т.Н:} \quad \begin{cases} \xi_H = x_H \cos \alpha_0 + y_H \sin \alpha_0; \\ \eta_H = -x_H \sin \alpha_0 + y_H \cos \alpha_0. \end{cases} \quad (13);(14)$$

Подставив в (1) уравнение (3) получим уравнение интерполирующей окружности Ω'_1 в системе $\xi O \eta$

$$(\xi - A \sin \alpha_0)^2 + (\eta - A \cos \alpha_0)^2 = r_1^2, \quad (15)$$

$$\text{где } A = \frac{4\lambda^2 - \ell^2}{8\lambda}. \quad (16)$$

Получим α_E и α_H . Далее получаем конформное отображение. Заканчивая рассмотрение случая 2, можно сделать вывод о том, что он является обобщением случая 1, причем при $\alpha_0 = \pi/2$ случай 2 сводится к случаю 1 [4].

В случае 2 луночка находится на правом скате волны. Очевидно, что полученные результаты распространяются и на случай, когда луночка находится и на левом скате волны.

Рассматриваемая полуволна находилась в верхней полуплоскости. Если луночка будет расположена на полуволне нижней полуплоскости, то путем изменения системы координат можно получить рассмотренные

выше случаи, например: перевести систему координат XOY в систему X'OY', где $x=x'$, $y=y'$, т.е. взять зеркально отраженную систему координат по отношению к системе XOY.

Выражение конформного отображения единичного круга на рассматриваемую область - трещину типа круговой лунки равно $z = \chi(W)$:

$$\chi(W) = \frac{z'_E(W - \exp(i\psi_H))^{1/n} - z'_H(W - \exp(i\psi_E))^{1/n}}{(W - \exp(i\psi_H))^{1/n} - (W - \exp(i\psi_E))^{1/n}}$$

или

$$\chi(W) = \frac{z'_H(W - \exp(i\psi_E))^{1/n} - z'_E(W - \exp(i\psi_H))^{1/n}}{(W - \exp(i\psi_E))^{1/n} - (W - \exp(i\psi_H))^{1/n}}$$

где $|W| \leq 1$.

Из рис. 2 усматривается, что вдоль первого семейства линий имеем

$$\begin{aligned} dz &= \exp(i\gamma^0 |dz|), & dW &= \exp(i\theta^0 |dW|), & W &= r \cdot \exp(i\theta^0), \\ \exp(i\gamma) &= \frac{dz}{|dz|} = \frac{W}{r} \frac{\chi'(W)}{\chi'(W)}, \\ \exp(2i\gamma) &= \frac{W^2}{r^2} \frac{\chi'(W)}{\chi'(W)} \end{aligned} \tag{17}$$

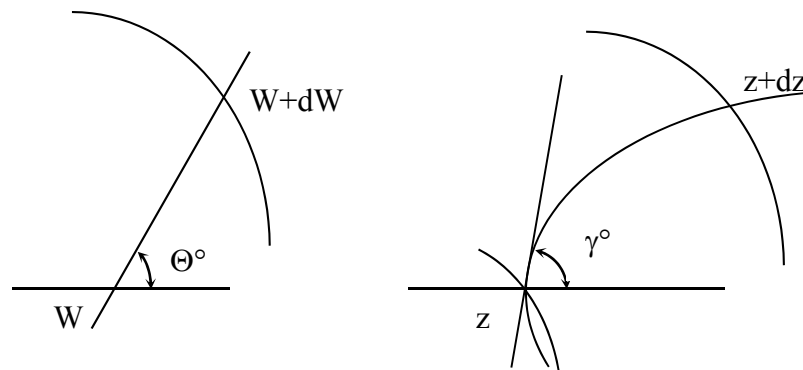


Рис. 2 – Конформное отображение единичного круга на рассматриваемую область

Точки на единичной окружности будем обозначать через σ . Согласно (1) вдоль контура лунки, отвечающего единичной окружности имеем

$$\frac{d}{d\dot{S}} = \frac{1}{|\chi'(\sigma)|} \frac{d}{d\dot{\theta}}. \tag{18}$$

При определении концентрации напряжений обнаруживается, что последняя существенно зависит от кривизны контура луночки $K = d\gamma/d\dot{S}$. Дифференцируя по \dot{S} выражение для $\exp(2i\gamma)$ (16), получим с учетом (17)

$$K = \frac{1}{|\chi'(\sigma)|} \left[1 + \operatorname{Re} \left\{ \frac{\sigma \chi''(\sigma)}{\chi'(\sigma)} \right\} \right]. \quad (18)$$

Таким образом, получив выражение конформного отображения единичного круга на произвольную область, используя конформное отображение и преобразование Лапласа, можно моделировать поведение напряженно-деформированного состояния твёрдого тела при произвольных нагрузках.

Вывод. Для каждого материала существует критическое давление в ударной волне, превышение которого приводит к образованию дефектов. Увеличение неоднородности системы приводит к снижению критического давления в ударной волне, вызывающего образование дефектов и разрушение материала.

Разработана математическая модель, которая позволяет оптимизировать с точки зрения дефектообразования параметры нагружения обрабатываемых материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Створення бурового інструменту з високим ресурсом і властивостями / Ю.В. Савченко // Сборник научных трудов международной конференции «Современные инновационные технологии подготовки инженерных кадров для горной промышленности и транспорта 2014». – Д.: НГУ, 2014. – С. 295–301.
2. Эпштейн Г.Н., Кайбышев О.А. Высокоскоростная деформация и структура металлов. – М.: Металлургия, 1971. – 198 с.
3. Савченко Ю.В. Аналітичний метод визначення коефіцієнта концентрації напруг. - Інновації та трансфер технологій: від ідеї до прибутку : Матеріали II міжнародної науково-практичної конференції. - Д.: НГУ, 2011. С. 45-46.
4. Определение коэффициента концентрации напряжений с использованием конформного отображения / Ю.В. Савченко, И.В. Вернер, Е.А. Ольховик // Материалы международной конференции «Развитие информационно-ресурсного обеспечения образования и науки в горно-металлургической отрасли и на транспорте 2014» 27-28 сентября 2014 / НГУ – Д., 2014. – С. 109 – 118.
5. Савченко Ю.В., Караваева О.С. Моделирование разрушения гетерогенной среды при высокоэнергетических загрузках // Трансфер технологій: від ідеї до прибутку : матеріали 1 міжнар. наук.-практ. конф. студ., асп. и мол. учених в 2 Т.- Д.: НГУ, 2010 Т. 1. – С. 101-103.