#### Mechanical Engineering and Engineering Science



**Вывод.** Рассмотрены особенности метода обработки цилиндрических червяков на станках с ЧПУ. Указаны недостатки обработки витков червяка на токарных станках с ЧПУ. Предложена обработка витков на фрезерном станке с ЧПУ ВФ1П. Перечислены условия обработки витков на ВФ1П. Разработаны методика и алгоритм программирования станка. Целесообразность и технико-экономическая превосходство подтверждено при изготовлении цилиндрического червяка на производстве.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

- 1. Гаврилов А. Н. Геометрическое и компьютерное моделирование формообразования и контроля рабочих поверхностей глобоидных червяков: автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. техн. наук: 05.01.01 / А. Н. Гаврилов. Н. Новгород, 2005. 20 с.
- 2. Верховский А. В. Геометрическое моделирование при анализе и синтезе червячных передач общего типа: автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора техн. наук: 05.02.18 / А. В. Верховский. Москва, 2000. 46 с.
- 3. С.О.Сивун, В.В.Зіль, С.Т. Пацера. Технологічні можливості САМ-систем при то-карній обробці циліндричних черв'яків на верстатах з ЧПУ / Науковий вісник НГУ, 2014, № 6, С.87-91.

УДК 624.074.4: 620.193

# ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КОРРОЗИОННОГО РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ОПТИМАЛЬНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ КОНСТРУКЦИЙ

#### Г.В. Филатов

доктор технических наук, профессор, кафедра материаловедения, Украинский государственный химико-технологический университет, Днепропетровск, Украина, e-mail: <u>filatovgv@mail.ru</u>

Аннотация. При оптимальном проектировании конструкция испытывает эволюцию от неоптимального состояния к оптимальному в соответствии с заданным критерием оптимальности. При этом меняются геометрические и жесткостные параметры конструкции и ее напряженно-деформированное состояние (НДС). Для описания поведения конструкции в агрессивной среде обычно используют математические модели коррозионного разрушения. Коэффициенты моделей, учитывающие влияние НДС в процессе эволюции конструкции меняются и это приводит к необходимости применять процедуру многократной идентификации моделей, что существенно затрудняет поиск оптимального решения. В работе приводится теорема о наличии «оптимальных» коэффициентов, учитывающих влияние НДС на скорость коррозии, и методика их определения. Наличие «оптимальных» коэффициентов влияния НДС существенно сокращает потери на поиск и дает более качественное решение оптимизационной задачи.



#### Машиностроение и машиноведение

Ключевые слова: оптимальное проектирование, математическое моделирование, нелинейное программирование, коррозионное разрушение.

### ABOUT THE FEATURES OF MATHEMATICAL IDENTIFICATION MODELS OF CORROSION DESTRUCTION AT THE OPTIMUM DESIGN OF STRUCTURES

#### **George Filatov**

Doctor of Technical Sciences, Professor of Materials Science Department, Ukrainian State University of Chemical Technology, Dnepropetrovsk, Ukraine, e-mail: <a href="mailto:filatovgv@mail.ru">filatovgv@mail.ru</a>

**Abstract**. At the optimum design the structure is experiencing an evolution from suboptimal to optimal state in accordance with a predetermined criterion of optimality. In this case, changing the geometric and stiffness design parameters and its stress-strain state (SSS). To describe the behavior of structures in aggressive environments commonly used mathematical models of corrosion damage. The coefficients of the models that take into account the impact of SSS in the evolution of design changes and this leads to the need to apply the procedure of identification of multiple models, which makes it difficult to find the optimal solutions. In this paper given a theorem of "optimal" coefficients that take into account the impact of SSS on the corrosion rate, and methods of their determination. The presence of "optimal" ratios significantly reduces the impact of SSS losses for the search and a more efficient solution of the optimization problem.

Keywords: optimal design, mathematical modeling, nonlinear programming, corrode.

**Введение.** Что такое идентификация объекта? Узнавание по ряду характерных признаков. А что, если объектом является некий процесс, физический или химический, протекающий во времени? Как идентифицировать такой процесс, как осуществить «узнавание» этого процесса, другими словами, как описать протекающий процесс таким образом, чтобы этот виртуальный процесс был адекватен реальному процессу?

Для этого существует математическое моделирование. Обычно под математической моделью исследуемого процесса называют совокупность соотношений (формул, уравнений), связывающих характеристики состояний конструкции с ее параметрами, начальными условиями и внешними воздействиями [1]. Чаще всего математические модели представляет из себя алгебраические, дифференциальные, трансцендентные или логарифмические уравнения или систему таких уравнений, устанавливающих связь между характеристиками состояния объекта или процесса с внешними воздействиями. Внешние воздействия на исследуемый процесс отличаются большим разнообразием. Если ограничиться процессами, протекающими в технике, то такими воздействиями могут быть нагрузки, температура, давление, концентрация агрессивных веществ в окружающей среде и т.д.

Для определения необходимых коэффициентов математической модели используют аналитические методы, например, метод наименьших



квадратов [2]. Но этот метод хорошо работает только для линейных или линеаризированных функций. Лучше работают численные методы нелинейного математического программирования [3, 4]. Найденные один раз коэффициенты математических моделей, описывающих коррозионные процессы, определяемые влиянием только внешних воздействий, для данной среды могут считаться постоянными. В то же время, существуют коэффициенты моделей коррозионного разрушения, которые, являясь функциями параметров конструкции, меняются в процессе коррозии, например, при оптимальном проектировании конструкций. Эти коэффициенты, характеризующие влияние напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкции, сами являются функциями НДС в процессе эволюции конструкции от неоптимального состояния к оптимальному. Игнорирование этим обстоятельством приводит к серьезным погрешностям при оптимальном проектировании конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой. Исследованию поведения таких функций влияния НДС на скорость коррозионного процесса и посвящена настоящая работа.

**Цель работы.** Следует сказать, что любую работу, связанную с оптимальным проектирование конструкций, испытывающих влияние агрессивной среды, следует начинать с идентификации математических моделей, используемых в процессе оптимизации. Цель данной работы состоит в том, чтобы доказать необходимость сделанного выше утверждения и продемонстрировать на простом численном примере методику идентификации математических моделей, учитывающих влияние НДС на скорость коррозионного процесса.

Материал и результаты исследований. Рассмотрим некоторые теоретические аспекты проблемы идентификации математических моделей коррозионного разрушения. С этой целью сформулируем критерий качества, принимаемый при идентификации математических модели коррозионного разрушения. Применительно к математическим моделям, учитывающим влияние НДС на скорость коррозионного процесса, этот критерий имеет вид [1]:

$$J = \sum_{j=1}^{n} \left[ \delta(t_j) - \delta_j^{9} \right]^2 = \sum_{j=1}^{n} \left[ \alpha t_j + \beta \sum_{k=1}^{j} f_{k-1}(t_k - t_{k-1}) - \delta_j^{9} \right]^2$$
 (1)

Возьмем частные производные от функционала (1) по параметрам  $\alpha$  и  $\beta$  и приравняем полученные выражения нулю. Получим:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha} = \alpha \sum_{j=1}^{n} t_j^2 + \beta \sum_{j=1}^{n} \left[ t_j \sum_{k=1}^{j} f_{k-1} (t_k - t_{k-1}) \right] - \sum_{j=1}^{n} \delta_j^3 t_j = 0,$$
 (2)

$$\frac{\partial J}{\partial \beta} = \alpha \sum_{j=1}^{n} \left[ t_{j} \sum_{k=1}^{j} f_{k-1} (t_{k} - t_{k-1}) \right] + \beta \sum_{j=1}^{n} \left[ \sum_{k=1}^{j} f_{k-1} (t_{k} - t_{k-1}) \right]^{2} - \sum_{j=1}^{n} \left[ \delta_{j}^{3} \sum_{k=1}^{j} f_{k-1} (t_{k} - t_{k-1}) \right] = 0$$
(3)

Решая выражение (3) при  $\beta = 0$  относительно скорости коррозионного процесса ненапряженного материала  $\alpha$ , получаем:

$$\alpha = \frac{\sum_{j=1}^{n} \delta_{j}^{3}}{\sum_{j=1}^{n} t_{j}}.$$
(4)

Из выражения (4) видно, что скорость коррозии  $\alpha$  зависит только от времени коррозии и экспериментальных значений глубины коррозионного поражения и не зависит от уровня напряжений и деформаций в конструкции. Другими словами, величина скорости коррозии ненапряженного материала зависит только от состояния самой коррозионной среды, например, концентрации агрессивных веществ, температуры и т.п.

Приравнивая скорость коррозии  $\alpha$  нулю и решая уравнение (3) относительно коэффициента влияния НДС на скорость коррозии  $\beta$ , получаем:

$$\beta = \frac{\sum_{j=1}^{n} \delta_{j}^{9}}{\sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{j} f_{k-1} (t_{k} - t_{k-1})}$$
(5)

Из выражения (5) следует, что коэффициент  $\beta$  зависит не только от состояния среды, но и от функции НДС f. Функция НДС всегда обратно пропорциональна жесткости конструкции и прямо пропорциональна напряжениям и деформациям. Из этого следует, что зависимость коэффициента влияния НДС f от жесткости конструкции является прямо пропорциональной: с уменьшением жесткости конструкции уменьшается и величина коэффициента влияния НДС на скорость коррозионного процесса. И в то же время величина коэффициента влияния НДС на скорость коррозионного процесса обратно пропорциональна уровню напряжений и деформаций в конструкции. Следовательно, коэффициент  $\beta$  является не числом, а функцией НДС конструкции. Полученные теоретические выводы позволяют сформулировать следующую теорему.

**Теорема.** Функция влияния НДС на скорость коррозионного процесса прямо и обратно пропорциональна напряжениям и деформациям в конструкции.



Доказательство теоремы приведено выше. Из этой теоремы имеется следствие: «Оптимальная» величина коэффициента, учитывающего влияние НДС на скорость коррозионного процесса, обеспечивает сходимость поиска к оптимальному решению.

Следствие утверждает, что, если существует «оптимальный» коэффициент влияния НДС на скорость коррозии, оптимальное решение может быть найдено из любой точки области допускаемых параметров.

Таким образом, на основании следствия из выше приведенной теоремы достижение оптимального состояния конструкции возможно лишь при «оптимальной» величине коэффициента влияния НДС на скорость коррозионного процесса. Остается открытым вопрос, как определить «оптимальный» коэффициент влияния НДС на скорость коррозии.

**Результаты численных исследований.** В качестве объекта исследования рассмотрим сварную балку двутаврового профиля.

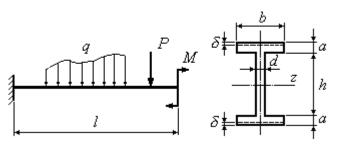


Рисунок 1 – Расчетная схема

Балка испытывает коррозионный износ на верхней и нижней поверхности. Коррозионное поражение обозначено на рис.1 пунктиром. Глубина коррозионного поражения в соответствии с моделью Овчинникова И.Г. [1] выглядит следующим образом:

$$\delta(t_j) = \beta \sum_{k=1}^{j} \left[ \frac{1}{E} \left\{ \frac{M_p}{J_z} y_{\text{max}} \right\}^2 (t_k - t_{k-1}) \right], (k = 1, 2, ..., j),$$
 (6)

где

$$J_z = 2 \left[ \frac{b(a-\delta)^3}{12} + \frac{(h+a-\delta)^2}{4} \cdot b(a-\delta) \right] + \frac{dh^3}{12}; \quad y_{\text{max}} = \frac{h}{2} + (a-\delta).$$
 (7)

Выражение в формуле (6)

$$f(\sigma) = \frac{1}{E} \left\{ \frac{M_{\rm p}}{J_z} y_{\rm max} \right\}^2 \tag{8}$$

представляет собой функцию НДС балки. В формулах (6)–(7) d,h,a,b — размеры поперечного сечения балки;  $J_z$  — осевой момент инерции;



#### Машиностроение и машиноведение

 $M_{\rm p} = |M_{\rm max}|$  — расчетный изгибающий момент;  $y_{\rm max}$  — расстояние от нейтральной оси балки z до наиболее удаленного волокна балки;  $\delta$  — глубина коррозионного поражения; E — модуль упругости материала балки.

Коэффициент  $\beta$  в выражении (6), характеризующий влияние НДС на скорость коррозионного износа, найдем путем идентификации по экспериментальным данным. Для этого сформируем функционал:

$$J = \left\{ \delta_j^9 - \beta \sum_{k=1}^j \left[ \frac{1}{E} \left\{ \frac{M_p}{J_z} y_{\text{max}} \right\}^2 (t_k - t_{k-1}) \right] \right\}^2, (j = 1, 2, ..., n; k = 1, 2, ..., j)$$
 (9)

и будем его минимизировать. Здесь:  $\delta_j^{\vartheta}$  — экспериментальная глубина коррозионного повреждения. Экспериментальные данные приведены в таблице 1.

Таблица 1 — Данные экспериментальных обследований балки, влияние агрессивной среды

Время наблюдений (годы)										
0,0000	0,1643	0,5753	1,0219	1,4410	2,0191	2,4602	2,957	3,2000		
Глубина коррозионного поражения (см)										
0,00	0,0031	0,012	0,0212	0,029	0,0433	0,0549	0,0653	0,072		

Вводя вектор управляющей переменной  $\mathbf{X}(x_1)$ , и обозначая  $x_1=\beta$  , получим следующую задачу математического программирования: найти минимум функционала

$$J(\mathbf{X}) = \left\{ \delta_j^9 - x_1 \sum_{k=1}^j \left[ \frac{1}{E} \left\{ \frac{M}{J_z} y_{\text{max}} \right\}^2 (t_k - t_{k-1}) \right] \right\}^2, (j = 1, 2, ..., n; k = 1, 2, ..., j)$$
 (10)

при выполнении ограничений:

$$g_1(\mathbf{X}) = x_1 - x_1^- \ge 0; \qquad g_2(\mathbf{X}) = x_1^+ - x_1 \ge 0;$$
 (11)

Задачу математического программирования (10) — (11) решаем методом случайного поиска ПГЕФ [4] при следующих исходных данных:  $M_{\rm p}=561,79\,{\rm kHm};\;E=2,1\cdot10^5\,{\rm M\Pi a};\;d_0=0,02\,{\rm m};\;h_0=0,85\,{\rm m};\;a_0=0,03\,{\rm m};\;b_0=0,4\,{\rm m};\;n=9;\;x_1^+=\{1,0\},\;x_1^-=\{0,0\}.$ 

На первом этапе исследований выбираем точку в пространстве допускаемых параметров с координатами:  $d_0=0.02\,\mathrm{m}$ ;  $h_0=0.85\,\mathrm{m}$ ;  $a_0=0.03\,\mathrm{m}$ ;



 $b_0=0.4\,\mathrm{m}$  и выполняем для этой точки идентификацию модели. В результате получаем коэффициент влияния НДС на скорость коррозии  $\beta=0.6402512$  , соответствующий этой точке.

Далее из точки с координатами  $d_0=0.02\,\mathrm{m}$ ;  $h_0=0.85\,\mathrm{m}$ ;  $a_0=0.03\,\mathrm{m}$ ;  $b_0=0.4\,\mathrm{m}$  и коэффициентом  $\beta=0.6402512\,$  выполняем оптимизацию балки. В качестве целевой функции принимаем площадь поперечного сечения балки:

$$A = dh + 2ba. (12)$$

Ограничения, накладываемые на область допускаемых параметров принимают вид:

$$\left[\sigma\right] - \frac{M_{\rm p}}{J_z} y_{\rm max} \ge 0; \tag{13}$$

$$[\tau] - \frac{Q_{\text{max}}\overline{S}_z}{bJ_z} \ge 0; \tag{14}$$

$$\frac{b}{(a-\delta)} - 6 \ge 0$$
;  $20 - \frac{b}{(a-\delta)} \ge 0$ ; (15)

$$d^{-} \le d \le d^{+}; \quad h^{-} \le h \le h^{+}; \quad a^{-} \le a \le a^{+}; \quad b^{-} \le b \le b^{+},$$
 (16)

В выражении (14)  $Q_{\rm max}$  — максимальная поперечная сила;  $\overline{S}_z$  — статический момент отсеченной площади относительно нейтральной линии сечения:

$$S_z = \frac{1}{2}(a-\delta) \cdot b \cdot [h + (a-\delta)] + \frac{dh^2}{8}$$
 (17)

Условие (13) является условием прочности по нормальным напряжениям; условие (14) является условием прочности по касательным напряжениям; условия (15) регулируют соотношения размеров поперечного сечения; условия (16) являются ограничениями на геометрические размеры поперечного сечения.

Сформулированная задача математического программирования (12)—(17) решалась методом случайного поиска при таких исходных данных:  $E=2,1\cdot10^5$  МПа;  $[\sigma]=150$  МПа;  $[\tau]=90$  МПа;  $M_{\rm p}=561,79$  кНм;  $Q_{\rm max}=481,44$  кН. Геометрические ограничения принимались следующими:  $0,0001 \le d \le 0,02$ м;  $0,01 \le h \le 0,85$ м;  $0,0001 \le a \le 0,03$ м;  $0,01 \le b \le 0,4$ м. Время коррозии, для которого проводились все расчеты, принималось равным t=3 года.

Исследования проводились в три этапа. Из произвольной точки области параметров выполнялась оптимизация балки. Далее из траектории поиска выбирались 30 промежуточных точек в порядке убывания целевой





функции, для каждой из промежуточных точек выполнялась идентификация матмодели и определялись коэффициенты влияния НДС на скорость коррозионного износа (Рис.2).

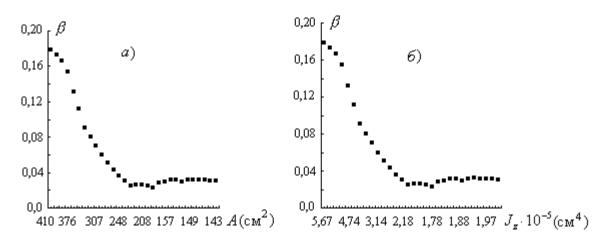


Рисунок 2 — Графики зависимости функции влияния НДС на скорость коррозионного процесса от изменения величины функции цели (а) и от изменения жесткости балки (б)

На втором этапе исследования для каждой промежуточной точки как из стартовых выполнялась оптимизация балки с соответствующим коэффициентов влияния НДС и строились графики зависимости оптимальных значений функции цели от функции влияния НДС на скорость коррозии (Рис.3,а).

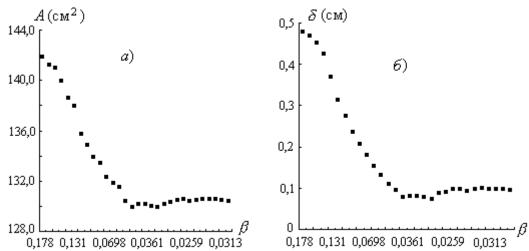


Рисунок 3 — Графики зависимости «оптимальных» значений функции цели (а) и глубины коррозионного поражения (б) от величины коэффициента влияния НДС на скорость коррозии



Из графика на рис. 3, а видно, что с уменьшением коэффициента влияния НДС на скорость коррозии  $\beta$  уменьшаются и значения целевой функции для «оптимальных» балки.

На третьем этапе выполнялось уточнение экстремального значения целевой функции. В результате было получено следующее оптимальное значение для целевой функции:  $A_{\min}=129,89\,\mathrm{cm}^2$ , соответствующее коэффициенту влияния НДС  $\beta=0,24312$ . Назовем этот коэффициент «оптимальным».

Выбирая в качестве стартовых пять произвольных точек в области оптимизируемых параметров, выполняем из них оптимизацию балки. С «оптимальным» параметров влияния НДС. Результаты оптимизации заносим в таблицу 2.

Таблица 2 — Результаты поиска оптимального решения из разных стартовых точек при «оптимальном» наборе коэффициентов

Nº		товая 1		Оптимальные параметры оболочки и глубина поражения							
	A (cm <sup>2</sup> )	<i>d</i> (см)	<i>h</i> (см)	а (см)	<i>b</i> (см)	$A_{\min}$	<i>d</i> (см)	<i>h</i> (см)	а (см)	<i>b</i> (см)	δ (cм)
1	256,0	2,0	85,0	3,0	40,0	129,89	0,6807	84,997	2,479	14,526	0,0766
2	345,0	3,0	75,0	4,0	30,0	129,88	0,6807	84,997	2,484	14,496	0,0766
3	420,0	2,5	70,0	3,5	35,0	129,89	0,6807	84,994	2,484	14,502	0,0766
4	300,0	3,0	80,0	2,0	20,0	129,89	0,6808	84,992	2,483	14,506	0,0766
5	204,0	1,8	80,0	2,5	15,0	129,90	0,6809	84,993	2,469	14,586	0,0766

**Выводы.** 1. Анализ результатов численного эксперимента показал, что коэффициент влияния НДС на скорость коррозионного процесса меняется в зависимости от жесткости оптимизируемой балки.

- 2. Оптимальные значения целевой функции, полученные из разных стартовых точек с соответствующими значениями коэффициента влияния НДС на скорость коррозии значительно отличаются друг от друга. Наименьшее значение целевой функции соответствует «оптимальному» коэффициенту влияния НДС.
- 3. При наличии «оптимального» коэффициента влияния НДС наименьшее значение функции цели из всех «оптимальных» не зависит от выбора стартовой точки поиска.
- 4.Наименьшая глубина коррозионного поражения и, следовательно, наименьшая скорость коррозии, обусловленная влиянием НДС, соответствуют «оптимальному» значению коэффициента влияния НДС на скорость коррозии.

#### Машиностроение и машиноведение

5. Экономия материала при правильном выборе коэффициента влияния НДС на скорость коррозии составляет порядка (7-8)%.

**Примечание.** Подробно с эволюционной теорией идентификации математических моделей коррозионного разрушения при оптимальном проектировании конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой, можно ознакомиться в работе [5].

#### **ЛИТЕРАТУРА**

- 1. Петров В.В., Расчет элементов конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой / В. В. Петров, И. Г. Овчинников, Ю. М. Шихов. Саратов: Изд-во Саратовского унта, 1987. 288 с.
- 2. Беллман Р., Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи / Р. Беллман, Р. Калаба М.: Мир, 1968.— 358 с.
- 3. Гурвич И.Б., Рандомизированный алгоритм для решения задач нелинейного программирования / И.Б. Гурвич, В. Г. Захарченко, Ю. М. Почтман // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика.  $1975. N ext{ iny } 5. C.30 33.$
- 4. Филатов Г. В., Стохастический метод поиска глобального экстремума функции с управляемыми границами интервала оптимизируемых параметров / Г. В. Филатов // Вопросы химии и химической технологии. Днепропетровск: УГХТУ. 2000. №1. С.334-338.
- 5. Филатов Г.В., Теоретические основы эволюции матмоделей коррозионного разрушения / Г.В.Филатов. Саарбрюккен, Изд-во LAP LAMBERT Academic Pablishing, 2014. 181c.

УДК 621.9.014.5

## УСТАНОВЛЕНИЕ СТОЙКОСТНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ НА ОСНОВЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАЗМЕРНОГО ИЗНОСА РЕЗЦА

#### В.А. Юрченко<sup>1</sup>, В.В. Зиль<sup>2</sup>

<sup>1</sup>студент группы ТМАм-14-1м, Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет», г. Днепропетровск, Украина, e-mail: girl mechanic@mail.ru <sup>2</sup>кандидат технических наук, доцент кафедры технологии горного машиностроения, Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет», г. Днепропетровск, Украина

**Аннотация.** В работе проведено экспериментальное исследование влияния скорости резания на износ инструмента для конкретной пары «инструмент - деталь» - «X18H9T – T15K6».

Ключевые слова: износ инструмента, поверхностный относительный износ, сочетаний подач и скоростей, оптимальная скорость, принцип Рейхеля.

