

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ»



## **МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**Кафедра основ конструювання механізмів і машин**

Е.М. Шляхов, І.М. Мацюк, Н.В. Зима

### **АНАЛІЗ ПЛОСКОГО ВАЖІЛЬНОГО МЕХАНІЗМУ**

Методичні вказівки до виконання домашнього завдання для студентів  
немеханічних спеціальностей

Дніпропетровськ  
НГУ  
2016

Аналіз плоского важільного механізму. Методичні вказівки до виконання домашнього завдання для студентів немеханічних спеціальностей, видання перероблене та доповнене / Н.В. Зима, І.М. Мацюк, Е.М. Шляхов. - Нац. гірн. ун-т. – Д. : НГУ, 2016. – 40 с.

Автори:

Н.В. Зима, ас.;

І.М. Мацюк, канд. техн. наук, доц.;

Е.М. Шляхов, доц.

Затверджено на засіданні кафедри основ конструювання механізмів і машин (протокол №6 від 28.12.2015)

Подано методичні вказівки до виконання домашнього завдання по курсу «Теорія механізмів і машин та деталі машин» з аналізу плоского важільного механізму російською мовою. Наведено зразок завдання. Для студентів немеханічних спеціальностей.

Відповідальний за випуск завідувач кафедри основ конструювання механізмів і машин канд. тех. наук, доц. К.А. Зіборов.

## Содержание

1. Общие замечания .....	4
2. Структура механизмов .....	5
2.1. Звенья механизмов.....	5
2.2. Кинематические пары и их классификация. ....	5
2.3. Кинематические цепи и их классификация. ....	6
2.4. Структурные формулы плоских механизмов. ....	6
2.5. Структурная классификация плоских механизмов. ....	7
3. Кинематический анализ механизмов. ....	11
3.1. Задачи кинематического анализа механизмов.....	11
3.2. Построение планов механизма и траекторий движения отдельных точек звеньев механизма.....	11
3.3. Определение скоростей точек и звеньев механизма.....	13
3.4. Определение ускорений точек и звеньев механизма.....	17
4. Силовой анализ механизмов. ....	20
4.1. Задачи силового анализа механизмов.....	20
4.2. Силы инерции звеньев плоских механизмов.....	20
4.3. Условие кинетостатической определенности кинематических цепей.....	20
4.4. Планы сил для плоских механизмов.....	21
Рекомендуемая литература .....	24
Приложение	
Варианты домашнего задания по ТММ.....	23

## 1. Общие замечания

В процессе изучения теории механизмов и машин студент должен получить необходимые практические навыки по применению основных положений и выводов теории к решению конкретных задач. Эти навыки приобретаются студентом при выполнении домашних заданий и курсовых проектов.

Настоящие методические указания имеют своей целью помочь студенту в проведении анализа плоского рычажного механизма второго класса, который включает структурный, кинематический и силовой анализ.

Каждый студент получает задание, в котором приведена схема механизма и необходимые данные к нему.

Задание может быть выполнено:

1. Графоаналитическим методом на листе ватмана (формат А2 или А3 в зависимости от объема задания);
2. Аналитическим методом с использованием персонального компьютера.

Объем задания (общее количество планов механизма, число планов механизма, подвергающиеся кинематическому и силовому анализу и т.п.) определяется преподавателем в зависимости от специальности и формы обучения студента.

В настоящей брошюре рассмотрен графоаналитический метод анализа механизмов с помощью планов.

На листе ватмана методом засечек строят, как минимум, шесть планов механизма для шести равноотстоящих положений кривошипа. В качестве начального положения кривошипа принимается положение, соответствующее заданному значению обобщенной координаты  $\varphi_1$ . Кроме этого, по указанию преподавателя строят одно или два, так называемых, «мертвых» положения.

Для начального, одного из «мертвых» и произвольного (по выбору студента, соответствующего одному из оставшихся пяти равноотстоящих положений кривошипа) положения строятся планы скоростей и ускорений. Для начального положения выполняется силовой анализ. Необходимые расчеты и таблицы приводятся либо непосредственно на чертеже, либо в небольшой пояснительной записке.

Пояснительная записка пишется от руки или на компьютере на одной стороне листов писчей бумаги формата А4 с полями слева 25 мм и справа 15 мм. Все страницы нумеруются. Записка должна иметь титульный лист. После титульного листа следует «Содержание» с указанием номеров страниц, соответствующих каждому пункту.

В конце записки приводится список использованной литературы, на которую в тексте периодически делаются ссылки.

## 2. Структура механизмов

### 2.1. Звенья механизмов.

Механизм – система твердых тел, предназначенная для преобразования заданного движения одних твердых тел в требуемые движения других твердых тел.

Твердое тело, входящее в состав механизма называется звеном. Звенья могут состоять из одной или нескольких деталей, но эти детали не обладают относительной подвижностью. Например, шатун двигателя внутреннего сгорания – одно звено, состоящее из отдельных деталей (крышка подшипника шатуна, вкладыши, соединительные болты, собственно шатун, подшипник скольжения в головке шатуна), но все они не имеют относительно друг друга никакой подвижности и работают как одна цельная деталь.

Звенья бывают подвижные и неподвижные. В любом механизме имеется одно неподвижное звено (стойка) и несколько подвижных. Среди подвижных различают звенья входные и выходные. Звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемое движение других звеньев, называется входным звеном. Выходное звено – звено совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм.

Следует помнить, что в теории механизмов и машин материал звена, способ изготовления, конструкция и деформация его не учитываются, т.е. оно идеально по смыслу.

### 2.2. Кинематические пары и их классификация.

Кинематическая пара – соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.

Соединение двух звеньев в кинематическую пару ограничивает движение звеньев, исключая те или иные из шести степеней свободы, т.е. на относительное движение звеньев накладываются условия связи. Очевидно, что число этих связей может быть целым и меньше шести, так как если число этих связей будет равно шести, то звенья теряют относительную подвижность и переходят в жесткое соединение. Точно так же число связей не может быть меньше единицы, так как в таком случае кинематическая пара отсутствует, т.е. имеющиеся звенья в пространстве существуют независимо друг от друга. В целом,

$$w + s = 6,$$

где  $w$  – число степеней свободы звеньев кинематической пары;  $s$  – число наложенных связей на движение звеньев кинематической пары. Только независимые (не связанные аналитической зависимостью) возможные движения определяют число степеней свободы звеньев кинематической пары.

$$1 \leq s(\text{или } w) \leq 5.$$

По числу наложенных связей кинематические пары делят на пять классов: I, II, III, IV, V (примеры см. [1]). Совокупность поверхностей, линий,

точек, по которым происходит соприкосновение звеньев, называется элементами кинематической пары. По элементам кинематические пары разделяются на высшие и низшие. Низшие имеют элементы кинематической пары в виде поверхности, высшие – в виде линии или точки.

### 2.3. Кинематические цепи и их классификация.

Система звеньев, связанных между собой кинематическими парами, называется кинематической цепью. Последние делят на незамкнутые и замкнутые, простые и сложные, плоские и пространственные.

Незамкнутая кинематическая цепь – цепь, у которой звенья не образуют замкнутых контуров.

Замкнутая кинематическая цепь – цепь, звенья которой образуют один или несколько замкнутых контуров.

Кинематическая цепь, у которой каждое звено входит не более чем в две кинематические пары, называется простой кинематической цепью. Если в кинематической цепи хотя бы одно звено входит более чем в две кинематические пары, то такая кинематическая цепь называется сложной.

Если траектории всех точек звеньев кинематической цепи лежат в одной плоскости либо в параллельных плоскостях, то кинематическая цепь называется плоской; в противном случае – пространственной.

### 2.4. Структурные формулы плоских механизмов.

В плоских механизмах кинематические пары I, II, III классов не используются, так как обладают пространственным характером возможных относительных перемещений звеньев. В этой связи структурная формула плоских механизмов имеет вид:

$$w = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (2.1)$$

где  $w$  – степень подвижности (число степеней свободы механизма);

$n$  – число подвижных звеньев плоского механизма;

$p_4, p_5$  – соответственно число кинематических пар четвертого и пятого классов, входящих в состав рассматриваемого механизма.

Уравнение (2.1) – формула Чебышева П.Л. Согласно этому уравнению определяют степень подвижности любого плоского механизма относительно неподвижного звена.

Степень подвижности механизма – число, указывающее оптимальное количество приводных звеньев в механизме, необходимое для выполнения им вполне определенного движения. В основном, в конструкциях машин и приборов используются механизмы с одной степенью подвижности. В некоторых конструкциях находят применение механизмы с двумя и более степенями подвижности, например, дифференциалы автомобилей, некоторые механизмы счетно-решающих машин, манипуляторы.

## 2.5. Структурная классификация плоских механизмов.

### 2.5.1. Общий принцип образования механизмов.

Общий принцип образования механизмов был сформулирован в 1914 г. русским ученым Л. В. Ассуром. В основу его заложен метод образования механизмов путем последовательного присоединения к ведущему звену или имеющемуся механизму кинематических цепей, обладающих определенными свойствами. Такие кинематические цепи получили название групп Ассура.

В целом группа Ассура – кинематическая цепь с нулевой степенью подвижности относительно тех звеньев, с которыми входят в кинематические пары свободные элементы ее звеньев и не распадающаяся на более простые цепи, обладающие также нулевой степенью подвижности, т. е.:

$$3n - 2p_5 - p_4 = 0 \quad (2.2)$$

При последовательном присоединении групп Ассура необходимо руководствоваться определенными правилами. При образовании механизма с одной степенью подвижности первая группа присоединяется свободными элементами звеньев к ведущему звену и стойке. Последующие группы могут присоединяться к любым звеньям полученного механизма только так, чтобы звенья группы обладали относительной подвижностью.

### 2.5.2. Структурная классификация плоских механизмов.

Механизм, состоящий из ведущего звена и стойки (образуют кинематическую пару пятого класса), условно назван механизмом I класса (рис.1,а).

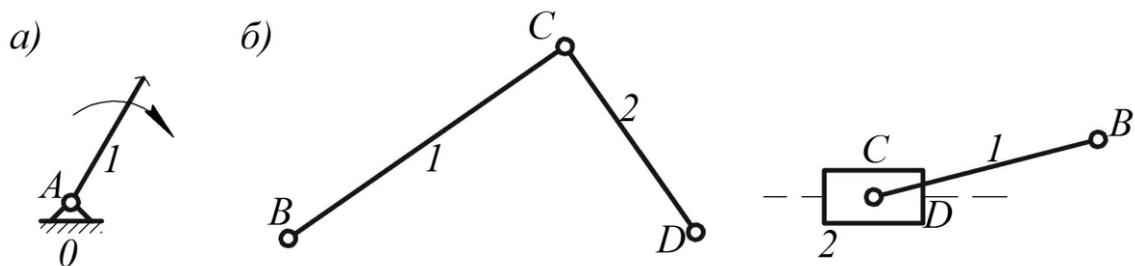


Рис.1. Структура плоских механизмов:  
а) механизм I класса; б) группы Ассура второго класса.

Из соотношения (2.2.) следует, что условие, которому должны удовлетворять группы Ассура, в состав которых входят только пары пятого класса, можно записать

$$3n - 2p_5 = 0. \quad (2.3)$$

Так как числа звеньев кинематических пар могут быть только целыми, то условию (2.3) удовлетворяют только следующие сочетания чисел звеньев и кинематических пар, входящих в группу (табл.2.1).

## Сочетания $n$ и $p_5$ для групп Ассура

Таблица 2.1

$n$	2	4	6
$p_5$	3	6	9

Задаваясь различным сочетанием этих чисел, можно получить группы Ассура различного вида, которые разбиваются на классы.

Простейшим сочетанием чисел звеньев и пар будет  $n=2$  и  $p_5=3$ . При этом сочетании можно образовать всего пять групп Ассура, две из которых являются основными (рис.1,б.), а три другие – производными от них (их схемы в методических указаниях не приводятся).

Группа, имеющая два звена и три пары пятого класса, называется группой второго класса или двухповодковой группой, ибо присоединение этой группы к основному механизму производится двумя поводками В и D.

Механизмы, в состав которых входят группы Ассура класса не выше второго, называются механизмами второго класса.

Большинство современных механизмов, применяемых в технике, принадлежат к механизмам второго класса.

Следующая по числу звеньев группа Ассура должна содержать четыре звена и шесть пар пятого класса ( $n=4$  и  $p_5=6$ ). Для этого сочетания могут быть получены три типа цепей, структурные принципы образования которых различны. Первая кинематическая цепь показана на рис.2,а и представляет собой сложную незамкнутую цепь, являющуюся группой Ассура третьего класса третьего порядка и называется трехповодковой группой. Присоединение ее к механизму производится посредством трех поводков В, D, F. Отличительной особенностью этой группы является звено ЕСК (звено 2), входящее в три кинематические пары и образующее некоторый жесткий треугольный замкнутый контур, получившее название базисного звена.

Механизмы, в состав которых входят группы не выше третьего класса, называются механизмами третьего класса.

Вторая возможная кинематическая цепь из четырех звеньев и шести низших пар показана на рис.2,б. Эта цепь присоединяется своими свободными элементами В и К. В отличие от группы третьего класса, данная группа Ассура содержит два базисных звена, которые вместе с другими двумя звеньями образуют один подвижный четырехсторонний замкнутый контур CEFD. Такие группы Ассура называли группами четвертого класса второго порядка.

Механизмы, в состав которых входят группы не выше четвертого класса второго порядка, называются механизмами четвертого класса

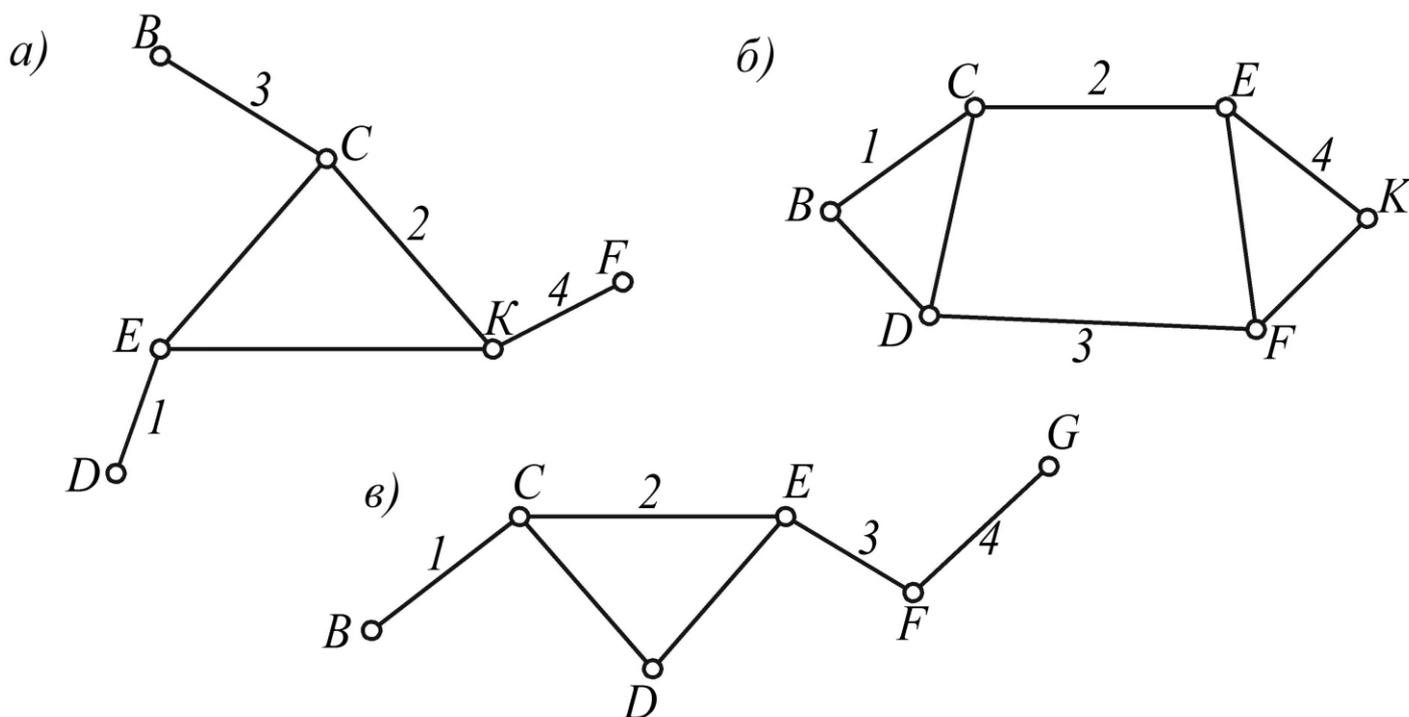


Рис.2. Структура плоских механизмов:

- а) группа Ассура третьего класса; б) группа Ассура четвертого класса;  
 в) кинематическая цепь, состоящая из двух групп Ассура второго класса.

Третий возможный вид кинематической цепи из четырех звеньев и шести кинематических пар показан на рис.2,в. Эта цепь распадается на две простейшие группы второго класса (группы 1-2 и 3-4), поэтому относится к уже ранее рассмотренным и не представляет ничего принципиально нового. Если в состав механизма входят группы Ассура различных классов, то класс механизма определяется по той группе, которая относится к наивысшему классу.

При определении класса механизма необходимо указывать звенья, являющиеся ведущими, ибо в зависимости от выбора ведущих звеньев может изменяться класс механизма. Деление механизма на группы Ассура следует всегда начинать с выходного звена. Вначале пытаются выделить простейшую структурную группу (второго класса), в которую входит выходное звено. Если такое выделение невозможно, переходят к поиску групп третьего класса и т.д. После выделения первой группы приступают к выделению следующей и т.д.

Если в состав механизма наряду с низшими кинематическими парами входят также и высшие, то пользуясь методом замены высших пар низшими, всегда можно определить класс механизма.

Последовательность выполнения структурного анализа покажем на примере.

Пример. Выполнить структурный анализ механизма, схема которого представлена на рис.3,а.

Обозначим стойку нулем, а подвижные звенья пронумеруем, начиная от входного звена – кривошипа АВ. Число подвижных звеньев  $n=5$ . Определим количество и класс кинематических пар. Нетрудно убедиться, что все кинематические пары механизма - пятого класса (шесть вращательных- А,В,С,Д,Е,Г и одна поступательная – Г). Применяя формулу Чебышева П.Л., определим подвижность механизма.

$$w = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

Полученное значение говорит о том, что данный механизм должен иметь одно входное звено, которое со стойкой образует механизм 1 класса(рис.3,б).

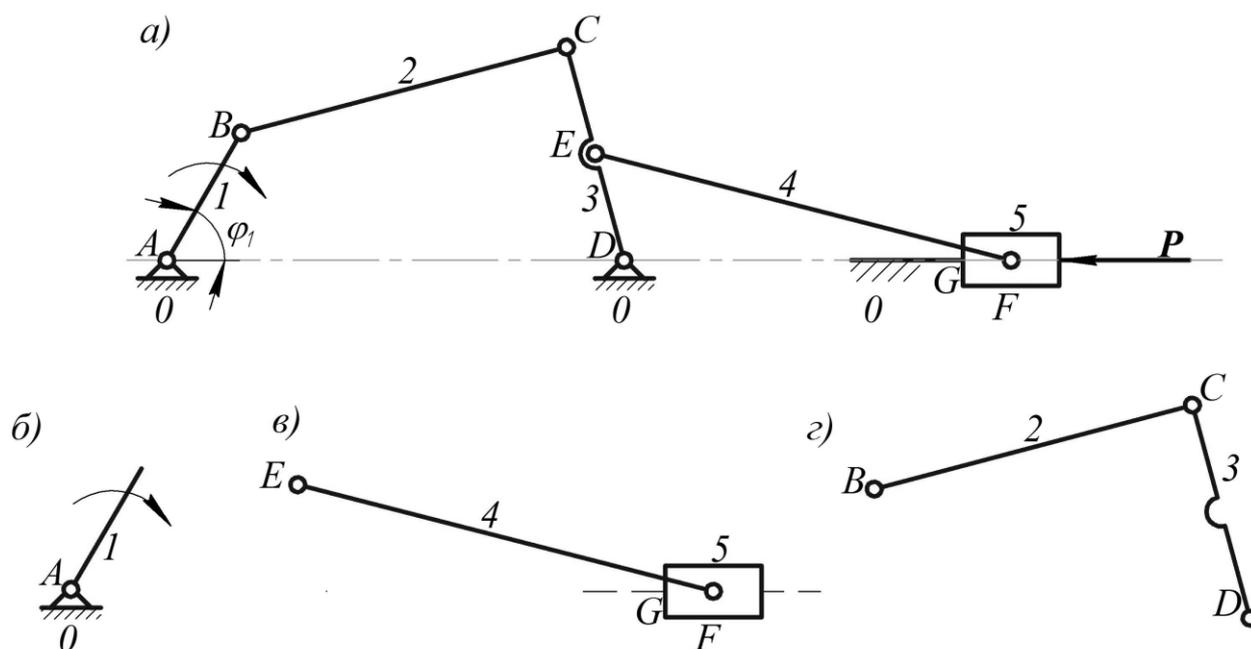


Рис.3. Структурный анализ механизма:

а) схема механизма; б) механизм 1 класса; в) группа 2 класса; г) группа 2 класса.

В оставшейся кинематической цепи ищем простейшие группы Ассур второго класса, начиная со звеньев наиболее удаленных от входного. Первой выделим группу, состоящую из звеньев 4 и 5 (рис.3,в), а затем группу из звеньев 2 и 3(рис.3,г). Поскольку наивысший класс групп, входящих в состав механизма – второй, механизм относится ко второму классу.

### **3. Кинематический анализ механизмов.**

#### **3.1. Задачи кинематического анализа механизмов**

Кинематический анализ механизмов предусматривает решение трех основных задач:

1. Определение положения звеньев и построение траекторий движения отдельных точек звеньев механизма.
2. Определение скоростей точек и звеньев механизма.
3. Определение ускорений точек и звеньев механизма.

Указанные задачи можно решать аналитически и графоаналитически.

Выбор метода решения определяется степенью точности требуемого расчета. В настоящих методических указаниях, как уже упоминалось, изложен графоаналитический способ решения задач кинематики механизмов.

Начинать кинематический анализ следует с ведущего звена. Исходными условиями для решения задач кинематики являются: план механизма и закон движения начального звена.

#### **3.2. Построение планов механизма и траекторий движения отдельных точек звеньев механизма**

Планом механизма называется графическое изображение взаимного расположения звеньев, соответствующее заданному значению обобщенной координаты механизма. В качестве обобщенной координаты принимают, как правило, координату, определяющую положение начального звена (например, угол поворота кривошипа).

Задачу построения плана механизма можно сформулировать следующим образом: по заданному положению начального звена, найти положения всех остальных звеньев. Основным методом решения данной задачи является метод геометрических мест (геометрических засечек). План механизма вычерчивается в определенном масштабе длины. В теории механизмов не пользуются чертежными масштабами (1:1; 2:1; 1:5 и т.п.), а используют масштабные коэффициенты.

Масштабным коэффициентом физической величины называют отношение численного значения физической величины в собственных ей единицах к длине отрезка в миллиметрах, изображающего эту величину. В дальнейшем будем использовать только масштабные коэффициенты, которые обозначаются буквой  $\mu$  с индексом, указывающим, к какой величине они относятся. Например, масштабный коэффициент длины  $\mu_l$ , масштабный коэффициент скорости  $\mu_v$ , масштабный коэффициент ускорения  $\mu_a$  и т.д. Термин «масштаб» будем употреблять иногда как сокращенную форму выражения «масштабный коэффициент».

В отличие от чертежного масштаба (безразмерной величины) масштабный коэффициент имеет размерность.

Масштабный коэффициент длины для плана механизма есть отношение какой-либо длины в метрах к отрезку, изображающему эту длину на чертеже в миллиметрах. Например,

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{AB}, \text{ м/мм},$$

где  $l_{AB}$  – истинная длина звена механизма (например, кривошипа), м;  
 $AB$  – длина отрезка на чертеже, который изображает  $l_{AB}$ .

Выбрав масштаб и определив чертежную величину каждого звена, методом засечек выполняют построение плана механизма.

Пример. Построить план механизма (рис.3, а), соответствующий определенному значению обобщенной координаты  $\varphi_1$ . Предполагаются известными геометрические размеры всех звеньев ( $l_{AB}$ ,  $l_{BC}$ ,  $l_{CD}$ ,  $l_{AD}$ ,  $l_{DE}$ ,  $l_{EF}$ ) в м.

Находят длины отрезков, которыми будут изображаться звенья механизма на чертеже.

$$BC = \frac{l_{BC}}{\mu_l}, \text{ мм}; \quad CD = \frac{l_{CD}}{\mu_l}, \text{ мм}; \text{ и т.д.}$$

Построение выполняют в следующей последовательности:

- радиусом АВ описывают траекторию движения точки В (окружность, рис.4, а);
- по заданной обобщенной координате  $\varphi_1$  (например,  $\varphi_1 = 60^\circ$ ) находят положение ведущего звена АВ<sub>1</sub>(рис.4, а).
- находят положение точки D;
- раствором циркуля CD из точки D очерчивают траекторию точки С (дуга окружности);
- раствором циркуля ВС из точки В<sub>1</sub> делают засечку на этой дуге, определяя таким образом положение точки С<sub>1</sub>;
- соединив точки В<sub>1</sub> и С<sub>1</sub> и точки D и С<sub>1</sub> получают план первой структурной группы (рис. 4, в);
- раствором циркуля DE из точки D засекают положение точки Е<sub>1</sub> на звене CD (рис.4, в);
- раствором циркуля EF из точки Е делают засечку на горизонтали AD, получают положение точки F<sub>1</sub>;
- соединяя точки Е<sub>1</sub> и F<sub>1</sub> и изображая схематично ползун, получают окончательный вид плана механизма (рис.4, г).

Данному плану присваивают номер (например 1). Аналогично строят планы для других значений обобщенной координаты (как правило, через равные углы поворота кривошипа за один его оборот).

Совокупность планов механизма, соответствующих различным значениям  $\varphi_1$  за один оборот ведущего звена (цикл работы механизма), дает возможность построить траектории отдельных точек звеньев механизма.

Линию, соединяющую на плане последовательные положения одноименных точек называют траекторией этих точек.

### 3.3. Определение скоростей точек и звеньев механизма

Скорости точек и звеньев механизма определяют по известным правилам теоретической механики в зависимости от характера движения звеньев.

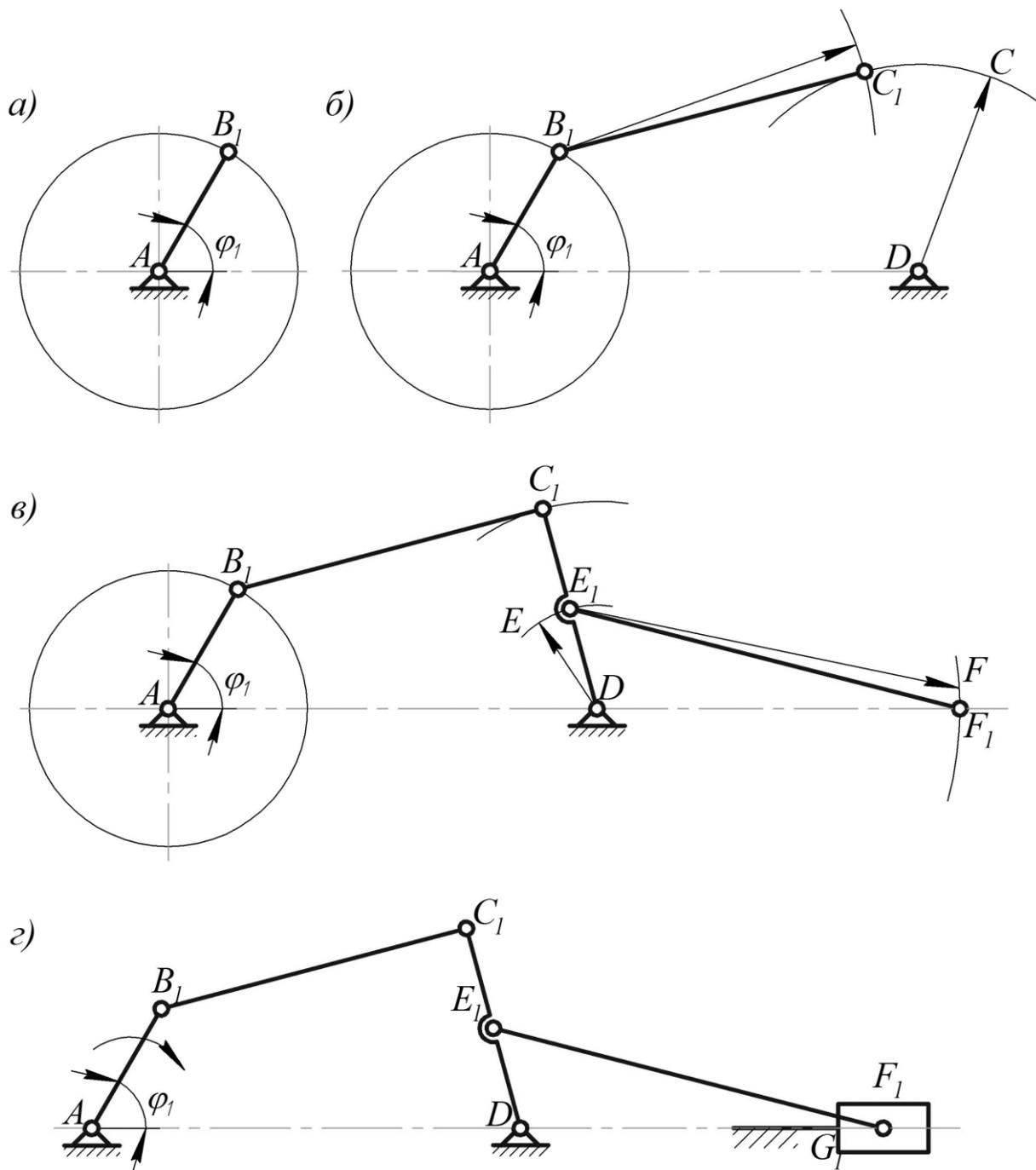


Рис.4. Построение плана механизма методом засечек:  
а) построение кривошипа; б) определение положения точки  $C$ ; в) определение положения точек  $E$  и  $F$ ; г) окончательный план механизма.

При поступательном движении звена скорости всех точек его будут равны и направлены в одну сторону. При вращении звена вокруг неподвижного центра скорости его точек связаны зависимостью

$$v = \omega R = \frac{\pi n}{30} R, \text{ м/с},$$

где  $\omega$  – угловая скорость звена,  $\text{с}^{-1}$ ;  $n$  – частота вращения звена,  $\text{об/мин}$ ;  $R$  – радиус вращения,  $\text{м}$ . Вектор линейной скорости направлен перпендикулярно радиусу в сторону вращения звена.

В соответствии с теоремой о сложении скоростей, если звено совершает плоскопараллельное движение, линейная скорость любой его точки выражается уравнением

$$\bar{v}_{\text{точки}} = \bar{v}_{\text{пер}} + \bar{v}_{\text{отн}},$$

где  $\bar{v}_{\text{пер}}, \bar{v}_{\text{отн}}$  – соответственно векторы переносной и относительной скоростей точек рассматриваемого звена.

В свою очередь

$$\bar{v}_{\text{отн}} = \bar{\omega} \times \bar{R},$$

где  $\bar{\omega}$  – вектор угловой скорости звена;

$\bar{R}$  – радиус-вектор точки, линейная скорость которой определяется.

Вектор  $\bar{v}_{\text{отн}}$  перпендикулярен радиусу-вектору и направлен в сторону мгновенного вращения звена.

Рассмотрим методику решения задачи по определению скоростей точек и звеньев механизма на примере шарнирного шестизвенника, для которого ранее был выполнен структурный анализ. Исходными данными для решения настоящей задачи являются план механизма и закон движения начального звена. Как правило, если в качестве начального звена принимается кривошип, то законом его движения является вращение с постоянной угловой скоростью ( $\omega_1 = \text{const}$ ). Задачу решаем методом планов скоростей.

Пример. Построить план скоростей для механизма шарнирного шестизвенника (рис.5, а).

Точка В механизма принадлежит звену АВ и вращается вокруг неподвижной точки А, следовательно,

$$v_B = \omega_1 l_{AB}, \text{ м/с},$$

где  $l_{AB}$  – длина звена АВ.

Вектор  $\bar{v}_B$  направлен перпендикулярно отрезку АВ в сторону вращения звена АВ.

Точка С одновременно принадлежит звеньям ВС и CD, поэтому можно записать два векторных уравнения  $\bar{v}_C = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB}$  и  $\bar{v}_C = \bar{v}_D + \bar{v}_{CD}$ .

Приравняв правые части этих уравнений, получим уравнение, которое можно решить простым графическим построением.

$$\underline{\underline{\bar{v}_B}} + \underline{\underline{\bar{v}_{CB}}} = \underline{\underline{\bar{v}_D}} + \underline{\underline{\bar{v}_{CD}}}. \quad (3.1)$$

Здесь известные векторы подчеркнуты дважды, а известные только по направлению – единожды.

Планом скоростей звена плоского механизма называют графическое построение, представляющее собой плоский пучок, лучи которого изображают абсолютные скорости точек звена, а отрезки, соединяющие

концы лучей, - относительные скорости соответствующих точек в данном положении звена. Совокупность планов скоростей звеньев механизма с одним общим полюсом называется планом скоростей механизма.

В уравнении (3.1) вектор  $\bar{v}_{CB}$  направлен перпендикулярно отрезку BC, а векторы  $\bar{v}_{CD}$  и  $\bar{v}_C$  - перпендикулярно отрезку CD. Для графического решения этих уравнений строят план скоростей.

Для построения последнего выбирают масштаб скорости

$$\mu_v = \frac{v_{ист}}{l}, \frac{м/с}{мм},$$

где  $v_{ист}$  - истинное значение скорости, м/с;  $l$  - длина отрезка на чертеже, изображающего вектор этой скорости, мм.

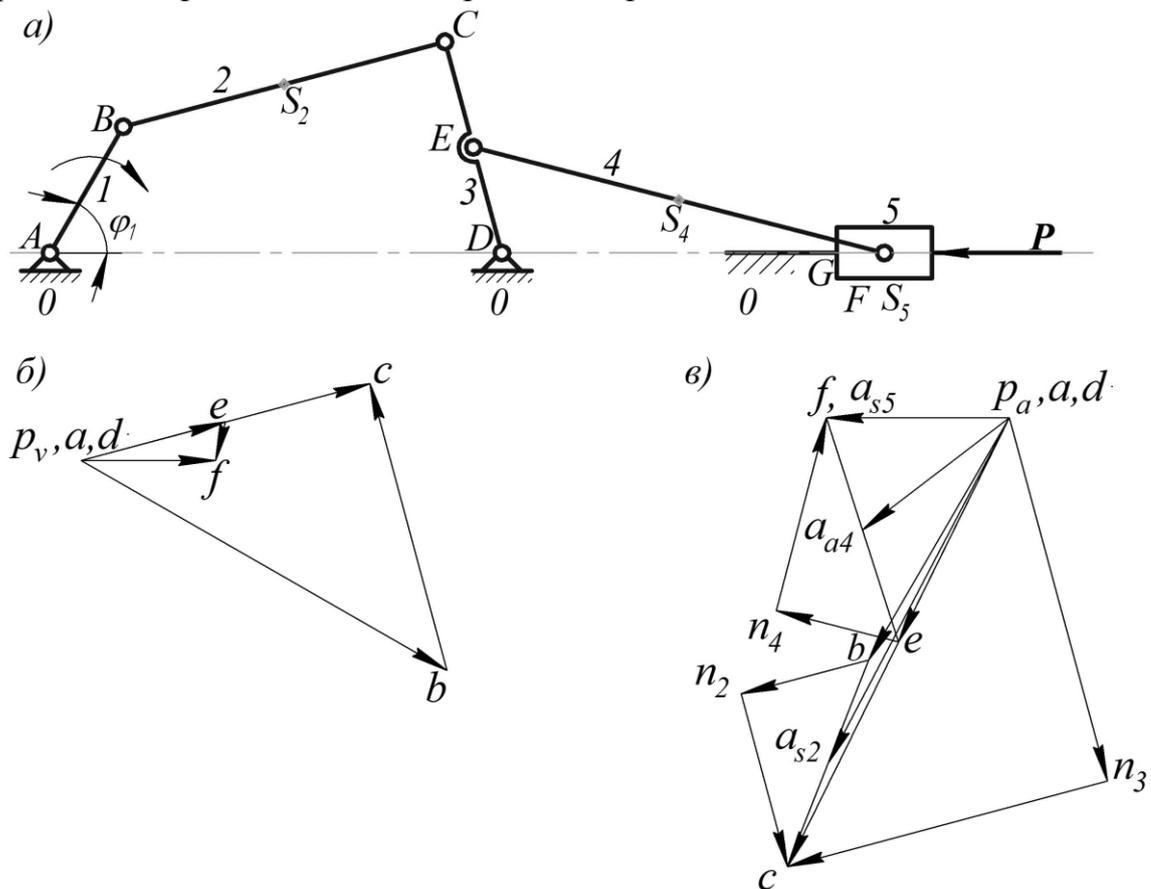


Рис. 5. Кинематический анализ механизма:  
а) план механизма; б) план скоростей; в) план ускорений.

Обычно масштабный коэффициент определяют по значению скорости точки В кривошипа. Т.е.

$$\mu_v = \frac{v_B}{p_v b}, \frac{м/с}{мм},$$

где  $p_v b$  - отрезок на плане скоростей, который будет изображать вектор скорости точки В.

Для построения плана скоростей по равенству (3.1) берут произвольную точку  $p_v$  (полюс плана скоростей) и, вначале, в выбранном

масштабе строят вектор скорости точки В (на плане отрезок  $p_v b$ , рис.5, б). В полюс помещают также точки А и D, скорость которых равна нулю. В отличие от плана механизма на плане скоростей используют прописные буквы.

В соответствии с левой частью уравнения (3.1) через конец вектора скорости точки В проводят прямую, перпендикулярную отрезку ВС. В правой части этого уравнения  $\bar{v}_D$  - нуль-вектор, поэтому через полюс проводят прямую, перпендикулярную отрезку CD.

Точка пересечения известных по направлению векторов равенства (3.1) определяет конец вектора скорости искомой точки С. Вектор  $p_v c$  - вектор скорости точки С в масштабе  $\mu_v$ , следовательно,

$$v_C = (p_v c)\mu_v, \text{ м/с},$$

а вектор  $cb$  - вектор относительной скорости  $v_{CB}$  т.е.

$$v_{CB} = (bc)\mu_v, \text{ м/с}.$$

Далее переходят к определению скорости точки Е. Наиболее просто это можно сделать с помощью, так называемой, теоремы подобия для плана скоростей звена: «Отрезки прямых линий, соединяющих точки одного и того же звена на плане механизма, и отрезки прямых линий, соединяющих концы векторов скоростей этих точек на плане скоростей, образуют подобные и сходственно расположенные фигуры». Фигура на плане скоростей повернута относительно фигуры на плане механизма на  $90^\circ$ . Теорема подобия дает возможность определить скорость любой точки звена, если известны скорости двух точек этого звена.

Точка Е лежит на отрезке CD плана механизма. Находим подобное расположение точки  $e$  на отрезке  $cd$  плана скоростей и проводим в эту точку из полюса вектор  $p_v e$ . Скорость

$$v_E = (p_v e)\mu_v, \text{ м/с}.$$

Скорость точки F

$$\underline{\bar{v}}_F = \underline{\bar{v}}_E + \underline{\bar{v}}_{FE}. \quad (3.2)$$

Через точку  $e$  плана скоростей проводим прямую, перпендикулярную отрезку EF на плане механизма, а через полюс - горизонтальную прямую. Эти прямые пересекаясь образуют точку  $f$  плана скоростей.

$$v_F = (p_v f)\mu_v, \text{ м/с}.$$

Свойства плана скоростей:

1. Векторы, имеющие своим началом полюс плана скоростей, - векторы абсолютных скоростей рассматриваемых точек;
2. Отрезки, соединяющие концы векторов абсолютных скоростей, - векторы относительных скоростей рассматриваемых точек;
3. План скоростей звена подобен его геометрическому очертанию, сходственно с ним расположен, но повернут на  $90^\circ$  в сторону мгновенного вращения звена.

Модули векторов угловых скоростей звеньев определяются по известным формулам

$$\omega_2 = \frac{v_{CB}}{l_{BC}}, c^{-1}; \quad \omega_3 = \frac{v_{CD}}{l_{CD}}, c^{-1}; \quad \omega_4 = \frac{v_{FE}}{l_{EF}}, c^{-1}. \quad (3.3)$$

Для определения направления угловой скорости, например, второго звена необходимо вектор относительной скорости  $\bar{v}_{CB}$  мысленно перенести из плана скоростей параллельно самому себе в точку С плана механизма и установить в какую сторону этот вектор стремится повернуть второе звено относительно точки В. В нашем примере (рис.5) это направление против хода часовой стрелки. Аналогичным образом определяют направления  $\omega_3$  и  $\omega_4$ .

На этом заканчивают определение скоростей точек и звеньев механизма.

Рассмотренный пример даёт все необходимые сведения для построения планов скоростей любых плоских механизмов второго класса, в состав которых входят только двухзвенные группы.

### 3.4. Определение ускорений точек и звеньев механизма

Планом ускорений звена плоского механизма называется графическое построение, представляющее плоский пучок, лучи которого изображают абсолютные ускорения точек звена, а отрезки, соединяющие концы лучей, - относительные ускорения соответствующих точек в данном положении звена. Совокупность планов ускорений звеньев механизма с одним общим полюсом называется планом ускорений механизма.

Построение планов ускорений поясним на примере исследования того же механизма, для которого строился план скоростей. Уравнения, которые используются при построении плана ускорений механизма, отличаются от уравнений для построения плана скоростей только разложением полных ускорений на отдельные составляющие.

Полное ускорение точки, движущейся по криволинейной траектории, складывается из двух составляющих: нормального ускорения  $\bar{a}^n$  и касательного ускорения  $\bar{a}^\tau$ . Нормальное ускорение направлено по нормали к центру кривизны, а его величина определяется по формуле

$$a^n = \frac{v^2}{r},$$

где  $v$  - линейная скорость точки;

$r$  - радиус кривизны траектории.

Величина касательного ускорения определяется по формуле

$$a^\tau = \frac{dv}{dt}.$$

Полное ускорение  $\bar{a} = \bar{a}^n + \bar{a}^\tau$ .

Для точки В кривошипа, движущейся по окружности с постоянной линейной скоростью, касательное ускорение равно нулю. Следовательно, ускорением точки В будет нормальное ускорение

$$a_B^n = \omega_1^2 l_{AB}.$$

Приняв некоторую точку  $p_a$  за полюс плана ускорений (рис. 4,в), отложим вектор, изображающий нормальное ускорение точки В, в виде отрезка  $(p_a b)$ . Тогда масштабный коэффициент ускорений найдется из соотношения

$$\mu_a = \frac{a_B^n}{(p_a b)} \text{ и имеет размерность } \frac{м/с^2}{мм}.$$

Можно также задаться значением  $\mu_a$  и определить отрезок  $(p_a b)$  из условия

$$(p_a b) = \frac{a_B^n}{\mu_a}, \text{ мм.}$$

Далее переходим к первой присоединенной к ведущему механизму структурной группе 2-3. У этой группы известны ускорения точек В и D, соответствующих внешним кинематическим парам группы. Необходимо найти ускорение точки С, т.е. внутренней кинематической пары.

Запишем векторные уравнения

$$\underline{\bar{a}}_C = \underline{\bar{a}}_B + \underline{\bar{a}}_{CB}^n + \underline{\bar{a}}_{CB}^{\tau} \quad \text{и} \quad \underline{\bar{a}}_C = \underline{\bar{a}}_D + \underline{\bar{a}}_{CD}^n + \underline{\bar{a}}_{CD}^{\tau} \quad (3.4)$$

Модули векторов нормальных составляющих найдем по формулам

$$a_{CB}^n = \omega_2^2 \cdot l_{BC} \quad \text{и} \quad a_{CD}^n = \omega_3^2 \cdot l_{CD}.$$

Приравняв правые части уравнений (3.4), получим векторное уравнение с двумя неизвестными (модули тангенциальных составляющих), которое легко решается графически. Из конца вектора ускорения точки В (рис.5, в) откладываем вектор  $a_{CB}^n$  параллельно ВС в направлении от точки С к точке В. Конец этого вектора обозначаем стрелкой и буквой  $n_2$ . Через него проводим прямую перпендикулярно ВС – это линия действия тангенциальной составляющей  $\bar{a}_{CB}^{\tau}$ . На этом заканчиваются построения правой части первого уравнения (3.4).

Переходим ко второму уравнению. Вектор  $\bar{a}_D$  равен нулю так, как точка D неподвижна. Из полюса сразу откладываем вектор  $a_{CD}^n$  параллельно CD в направлении от точки С к точке D. Обозначим его конец стрелкой и буквой  $n_3$  и проведем через него прямую перпендикулярно CD - это линия действия тангенциальной составляющей  $\bar{a}_{CD}^{\tau}$ . На этом заканчиваются построения правой части второго уравнения (3.4).

Точка пересечения направлений действия тангенциальных составляющих – точка с плана ускорений. Из полюса проводим прямую  $p_a c$ , которая и будет вектором ускорения точки С. Стрелки векторов тангенциальных составляющих направлены к точке С.

Модуль ускорения точки С

$$a_C = (p_a c) \cdot \mu_a, м/с^2.$$

Угловые ускорения звеньев 2 и 3 найдем из выражений

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^\tau}{l_{BC}}, c^{-2} \quad \text{и} \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{CD}^\tau}{l_{CD}}, c^{-2}.$$

В этих формулах  $a_{CB}^\tau = (n_2 c) \cdot \mu_a$  и  $a_{CD}^\tau = (n_3 c) \cdot \mu_a$ .

Направление углового ускорения  $\varepsilon_2$  определяем, мысленно перенося вектор  $a_{CB}^\tau$  параллельно самому себе в точку С и замечая, что относительно точки В он стремится повернуть звено 2 по ходу часовой стрелки. Это и есть искомое направление. Аналогично, мысленно переносим вектор  $a_{CD}^\tau$  в точку С и замечаем, что угловое ускорение  $\varepsilon_3$  направлено против хода часовой стрелки.

Переходим к определению ускорений точек, принадлежащих ко второй структурной группе 4-5. Предварительно необходимо определить ускорение точки Е, для чего воспользуемся теоремой подобия.

Теорема подобия для планов ускорений формулируется также, как и для планов скоростей:

«Отрезки прямых линий, соединяющих точки одного и того же звена на плане механизма и отрезки прямых линий, соединяющих концы векторов этих точек на плане ускорений, образуют подобные и сходственно расположенные фигуры».

В соответствии с этой теоремой для определения ускорения точки Е нужно отрезок  $cd$  на плане ускорений разделить пропорционально отношению  $CE/ED$  на плане механизма. В полученную таким образом точку  $e$  провести прямую из полюса – это и есть вектор  $\bar{a}_E$ .

Для определения ускорения точки F воспользуемся уравнением

$$\bar{a}_F = \bar{a}_E + \bar{a}_{FE}^n + \bar{a}_{FE}^\tau.$$

Как и прежде, нормальная составляющая относительного ускорения

$$a_{FE}^n = \omega_4^2 \cdot l_{EF}.$$

Из конца вектора  $\bar{a}_E$  откладываем вектор  $\bar{a}_{FE}^n$  параллельно EF в направлении от точки F к точке Е. Обозначаем его конец стрелкой и буквой  $n_4$ , через который проводим прямую ему же перпендикулярную. Через полюс проводим горизонтальную прямую. Точка пересечения последних двух прямых есть точка  $f$  плана. Ускорение  $a_F = (p_a f) \cdot \mu_a$ , а ускорение  $a_{FE}^\tau = (n_4 f) \cdot \mu_a$ .

Угловое ускорение

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{FE}^\tau}{l_{EF}}, c^{-2}.$$

Переносим мысленно вектор  $a_{FE}^\tau$  в точку F плана механизма, замечаем, что  $\varepsilon_4$  направлено против хода часовой стрелки.

Аналогичные построения планов скоростей и ускорений производят для всех заданных планов механизма, количество которых за один оборот кривошипа зависит от поставленных конкретных задач кинематического анализа.

## 4.Силовой анализ механизмов.

### 4.1.Задачи силового анализа механизмов

Силовой анализ механизмов основывается на решении прямой, или первой, задачи динамики – по заданному движению определить действующие силы. Поэтому законы движения начальных звеньев при силовом анализе считаются заданными. Внешние силы, приложенные к звеньям механизма, обычно также считаются заданными, и, следовательно, подлежат определению только реакции в кинематических парах. Второй задачей силового анализа является определение величин внешних сил, приложенных к начальным звеньям, при которых выполняются принятые законы их движения.

При решении обеих задач используется принцип Даламбера, согласно которому звено механизма может рассматриваться как находящееся в равновесии, если ко всем внешним силам, действующим на него, добавить силы инерции. Уравнения равновесия в этом случае называют уравнениями кинетостатики, чтобы отличить их от обычных уравнений статики, т.е. уравнений равновесия без учета сил инерции.

### 4.2. Силы инерции звеньев плоских механизмов

Обычно звенья плоских механизмов имеют плоскость симметрии, параллельную плоскости движения. Тогда главный вектор сил инерции звена  $i$  (сокращенно – сила инерции)  $\bar{F}_{ui}$  и главный момент сил инерции звена  $i$  (сокращенно – момент пары сил инерции)  $\bar{M}_{ui}$  определяются по формулам:

$$\bar{F}_{ui} = -m_i \bar{a}_{Si} \quad \text{и} \quad \bar{M}_{ui} = -I_{Si} \bar{\varepsilon}_i,$$

где  $m_i$  - масса звена  $i$  ;

$\bar{a}_{Si}$  - вектор ускорения центра масс звена  $i$  ;

$I_{Si}$  - момент инерции звена  $i$  относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения;

$\bar{\varepsilon}_i$  - угловое ускорение звена  $i$  .

Точками приложения сил инерции и сил тяжести звеньев являются их центры масс (для рычажных звеньев - их середины, а для звеньев, имеющих треугольную форму – точку пересечения медиан треугольника).

### 4.3. Условие кинетостатической определенности кинематических цепей

Прежде чем решать задачу об определении реакций в кинематических парах, надо выяснить, для каких кинематических цепей соблюдается условие равенства уравнений кинетостатики и числа неизвестных составляющих реакций в кинематических парах (условие кинетостатической определенности).

Число неизвестных, подлежащих определению для каждой кинематической пары совпадает с числом связей, так как каждая связь в виде

невозможности движения по какому-либо направлению дает соответствующую реакцию. Невозможность движения вдоль оси дает реакцию в виде силы, а невозможность вращения вокруг оси – в виде пары сил.

На основе этих рассуждений можно сделать вывод, что условие кинетостатической определимости плоской кинематической цепи имеет вид

$$3n = 2p_5 + p_4.$$

Это условие совпадает с условием равенства нулю числа степеней свободы, т.е. кинетостатически определяемыми группами являются структурные группы Ассура.

#### 4.4. Планы сил для плоских механизмов

Графическое определение реакций в кинематических парах плоских механизмов путем построения планов сил применяется не только вследствие наглядности, но и потому, что внешние силы, действующие на звенья механизма, обычно известны лишь очень приближенно и точность простейших графических построений часто оказывается вполне достаточной.

Построение планов сил покажем на примере шестизвенника, для которого уже выполнен кинематический анализ ранее (рис.5).

Будем считать, что для данного механизма задана одна внешняя сила  $P$ . Заданы также массы звеньев  $m_2, m_4$  и  $m_5$ . Следовательно, к внешним силам отнесем также силы тяжести звеньев

$$G_2 = m_2 g, G_4 = m_4 g \text{ и } G_5 = m_5 g,$$

где  $g$  - ускорение силы тяжести, значение которого можно принимать равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

На рисунке 6,а изображен уже построенный ранее план ускорений, но с показанными векторами ускорений центров масс звеньев  $a_{S2}$ ,  $a_{S4}$  и  $a_{S5}$ .

Считаем, что инерционные нагрузки определены.

Силовой расчет механизмов будем выполнять в предположении, что трение в кинематических парах отсутствует и все силы, действующие на звенья механизма, расположены в одной плоскости. При отсутствии сил трения сила взаимодействия между двумя звеньями всегда направлена по нормали к поверхности их касания.

В поступательной паре все элементарные силы взаимодействия и их равнодействующая будут расположены перпендикулярно направляющей поступательной пары. При силовом расчете механизм расчленяется на отдельные группы; при этом необходимо придерживаться порядка расчета, который будет обратным порядку кинематического исследования, т.е. силовой расчет начинается с группы, присоединенной последней в процессе образования механизма и заканчивается расчетом ведущего звена начального механизма.

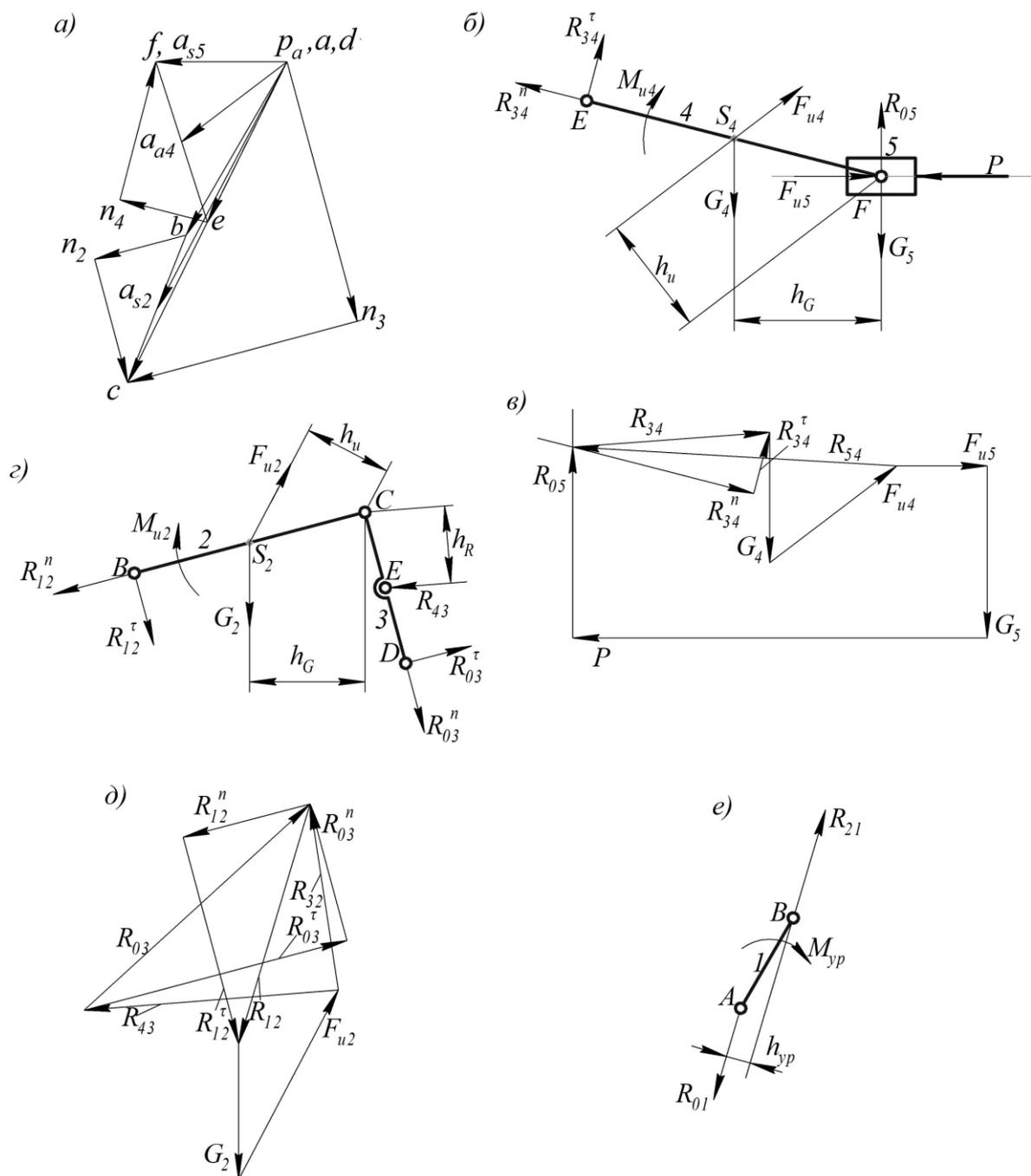


Рис. 6. Построение планов сил для шарнирного шестизвенника:  
 а) план ускорений; б) группа 4-5; в) план сил для группы 4-5; г) группа 2-3;  
 д) план сил для группы 2-3; е) равновесие кривошипа АВ.

Начинаем со структурной группы 4-5. Вычерчиваем группу в определенном масштабе, прикладываем внешние силы  $P, G_4, G_5$ , а также инерционные нагрузки  $F_{u4}, F_{u5}$  и  $M_{u4}$ . Направления инерционных нагрузок противоположны соответствующим ускорениям. Прикладываем искомые реакции во внешних кинематических парах группы:  $R_{05}$  - реакция неподвижной направляющей 0 на ползун 5;  $R_{34}$  - реакция звена 3 на звено 4, предварительно разложенная на два заданных направления – нормальное ( $R_{34}^n$ ) и тангенциальное ( $R_{34}^tau$ ).

Вначале определяем тангенциальную составляющую, для чего записываем уравнение равновесия моментов сил, действующих на звено 4 относительно точки F.

$$\Sigma M_F = -R_{34}^r l_{EF} + G_4 h_G - F_{u4} h_u - M_{u4} = 0.$$

Плечи сил  $h_G$  и  $h_u$  определяем непосредственно на чертеже, используя масштабный коэффициент длины. Из уравнения находим реакцию  $R_{34}^r$ , которая может иметь знак минус, что означает неправильно выбранное направление этого вектора. После этого запишем векторное уравнение равновесия всей группы 4-5

$$\bar{R}_{34}^n + \bar{R}_{34}^r + \bar{G}_4 + \bar{F}_{u4} + \bar{G}_5 + \bar{F}_{u5} + \bar{P} + \bar{R}_{05} = 0$$

В этом уравнении неизвестными являются модули векторов  $\bar{R}_{34}^n$  и  $\bar{R}_{05}$ , поэтому их найдем, построив план сил, который является графическим решением уравнения. Из произвольной точки плоскости в определенном масштабе сил отложим вектор  $\bar{R}_{34}^r$  (рис.6, в); из его конца отложим вектор  $\bar{G}_4$ , из конца которого -  $\bar{F}_{u4}$  и т.д. пока, наконец, не отложим последний известный вектор  $\bar{P}$ . Через начало первого вектора и конец последнего проводим прямые, являющиеся соответственно линиями действиями векторов  $\bar{R}_{34}^n$  и  $\bar{R}_{05}$ , до их пересечения. Силовой многоугольник замыкается; стрелки всех векторов должны соответствовать одному и тому же направлению обхода контура. Покажем затем вектор  $\bar{R}_{34}$ , являющийся суммой векторов  $\bar{R}_{34}^n$  и  $\bar{R}_{34}^r$ .

Для нахождения реакции во внутренней кинематической паре группы запишем векторное уравнение равновесия какого-либо из звеньев группы, например, четвертого.

$$\bar{R}_{34} + \bar{G}_4 + \bar{F}_{u4} + \bar{R}_{54} = 0.$$

На том же плане сил (рис.6, в) покажем вектор  $\bar{R}_{54}$ . На этом заканчивается силовой анализ группы 4-5.

Переходим к группе 2-3. Для неё внешними нагрузками являются реакция  $R_{42} = -R_{24}$  и сила тяжести  $G_2$ . Изображаем группу в определенном масштабе длины и прикладываем наряду с внешними нагрузками инерционные нагрузки (рис.6, г), а также искомые реакции  $R_{12}$  и  $R_{03}$ , каждую в виде двух составляющих. Уравнения равновесия моментов сил для каждого из звеньев группы:

$$\Sigma M_C = R_{12}^r l_{BC} + G_2 h_G - F_{u2} h_u + M_{u2} = 0,$$

$$\Sigma M_C = R_{03}^r l_{CD} - R_{43} h_R = 0.$$

Из этих уравнений определяем тангенциальные составляющие  $R_{12}^r$  и  $R_{03}^r$ . Далее, как и в предыдущем случае, запишем уравнение равновесия группы в векторной форме

$$\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^r + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u2} + \bar{R}_{43} + \bar{R}_{03}^r + \bar{R}_{03}^n = 0,$$

решая которое графически найдем искомые реакции (рис.6, д). На построенном плане сил для этой группы показана также реакция  $R_{32}$ .

После силового анализа структурных групп Ассур рассмотрим равновесие кривошипа АВ (рис.6, е). На кривошип действует реакция  $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{21}$ , силой его тяжести, как правило, пренебрегают, инерционных нагрузок также нет, поэтому реакция стойки на кривошип  $\bar{R}_{01}$  должна образовывать с реакцией  $\bar{R}_{21}$  пару сил.

Следовательно,  $\bar{R}_{01} = -\bar{R}_{21}$ . Для уравнивания момента этой пары необходимо к кривошипу приложить соответствующий момент  $M_{yp} = R_{21}h_{yp}$ . Плечо  $h_{yp}$  измеряется непосредственно на чертеже.

Зная величину уравнивающего момента и угловой скорости кривошипа, можно определить мгновенное значение мощности двигателя привода данного механизма.

Результаты силового анализа обычно сводят в таблицу.

### Рекомендуемая литература

1. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин. Учебник для вузов. М., «Высш. школа», 1978, 269 с. с ил.
2. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. Коренько А.С., Кременштейн Л.И., Петровский С.Д. и др. М.: Машиностроение, 1964. 324с. с ил.

## Приложение

### Варианты домашнего задания по ТММ

В приведенных ниже вариантах домашнего задания по ТММ содержится 24 схемы различных механизмов. Каждая схема механизма в свою очередь имеет пять различных наборов числовых данных. Таким образом, общее количество вариантов - 120.

Номер варианта состоит из номера схемы механизма и номера комбинации числовых данных, разделенных точкой. Например, вариант 18.3 обозначает схему №18 и третий вариант числовых данных к ней.

Порядок выбора вариантов определяет преподаватель.

Числовые данные к каждому механизму содержат:

$\varphi_1$  - значение обобщенной координаты механизма (угол поворота кривошипа) в *градусах*;

$n_{AB}$  - частота вращения кривошипа АВ в *об/мин*;

$l_{AB}, l_{BC}, l_{CD}$  и т.п. - геометрические размеры звеньев механизма в *м*;

$g, f$  - линейные размеры в *м*;

$m_{BC}, m_{EF}, m_{полз}$  - массы звеньев механизма в *кг*;

$I_{CD}, I_{EF}$  - моменты инерции звеньев относительно оси, проходящей через центр масс в *кг·м<sup>2</sup>*;

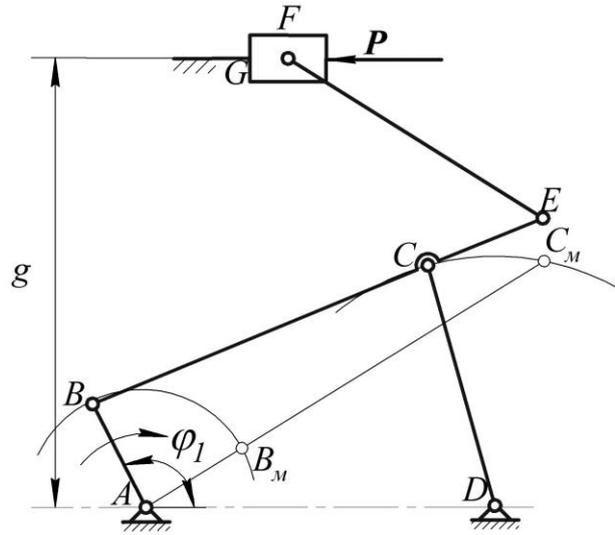
$P$  - сила полезного сопротивления в *Н*.

К счеме №1	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{CE}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$g$	$m_{BC}$	$m_{EF}$	$m_{но.13}$	$I_{BC}$	$I_{EF}$	$P$	
	1	30	510	0,03	0,09	0,05	0,03	0,065	0,085	0,04	6	8	12	0,00405	0,00282	100	
	2	60	390	0,028	0,085	0,045	0,035	0,06	0,075	0,042	7	7	10	0,00421	0,00210	50	
	3	120	480	0,026	0,08	0,04	0,025	0,058	0,08	0,045	8	6	13	0,00427	0,00168	60	
	4	150	420	0,03	0,075	0,045	0,028	0,055	0,07	0,04	9	5	16	0,00422	0,00126	80	
	5	210	540	0,025	0,08	0,05	0,026	0,05	0,08	0,045	5	8	11	0,00267	0,00167	120	

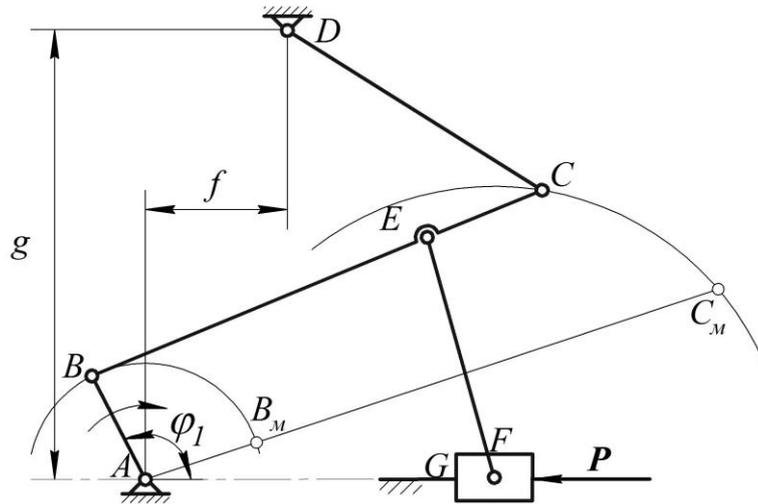
К счеме №2	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{CE}$	$l_{EF}$	$f$	$g$	$m_{CD}$	$m_{EF}$	$m_{но.13}$	$I_{CD}$	$I_{EF}$	$P$	
	1	45	600	0,03	0,088	0,05	0,044	0,09	0,03	0,08	5	4	3	0,00104	0,00270	200	
	2	90	510	0,028	0,083	0,048	0,045	0,095	0,025	0,07	4	5	4	0,00077	0,00376	150	
	3	135	630	0,025	0,08	0,045	0,04	0,1	0,026	0,075	3	6	5	0,00051	0,00500	100	
	4	225	540	0,03	0,09	0,05	0,045	0,085	0,028	0,08	4	7	6	0,00083	0,00421	120	
	5	300	500	0,025	0,092	0,045	0,046	0,09	0,03	0,075	6	4	4	0,00101	0,00270	100	

К счеме №3	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{AD}$	$l_{EF}$	$l_{BE}$	$l_{CE}$	$g$	$m_{CD}$	$m_{EF}$	$m_{но.13}$	$I_{CD}$	$I_{EF}$	$P$
	1	30	400	0,035	0,095	0,05	0,105	0,105	0,06	0,06	0,09	2	4	10	0,00042	0,00368	150
	2	90	300	0,03	0,09	0,048	0,095	0,1	0,06	0,06	0,095	3	3	12	0,00058	0,00250	200
	3	120	420	0,025	0,085	0,046	0,09	0,105	0,055	0,055	0,1	4	5	13	0,00071	0,00459	100
	4	240	390	0,03	0,1	0,05	0,1	0,1	0,06	0,06	0,085	3	6	11	0,00063	0,00500	50
	5	330	420	0,055	0,09	0,06	0,09	0,11	0,06	0,06	0,09	2	7	14	0,00060	0,00706	100

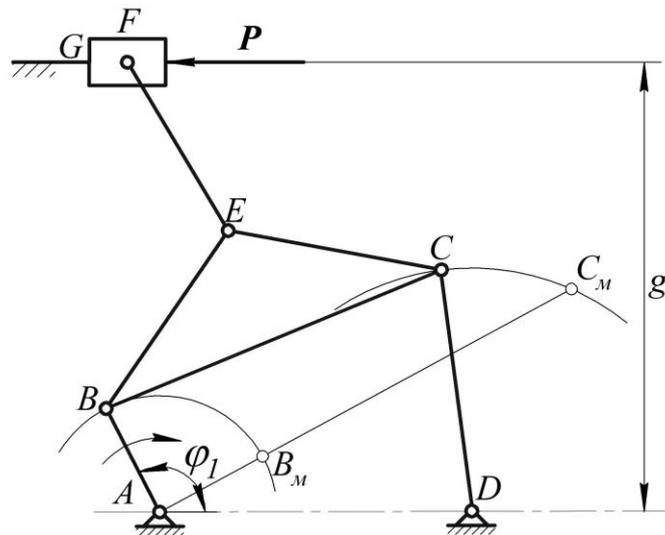
1



2



3

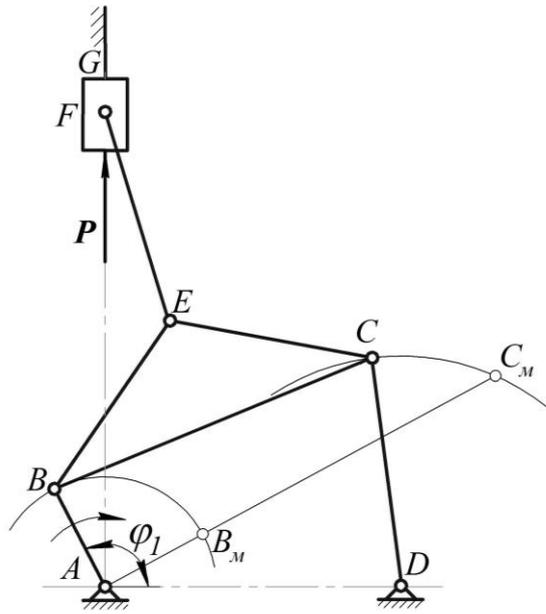


К схеме №4	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$l_{BE}$	$l_{CE}$	$m_{CD}$	$m_{EF}$	$m_{но.13}$	$I_{CD}$	$I_{EF}$	$P$	
	1	45	320	0,03	0,095	0,05	0,1	0,105	0,06	0,06	12	12	20	0,00250	0,010	190	
	2	150	360	0,026	0,09	0,055	0,105	0,09	0,05	0,05	13	14	18	0,00328	0,0128	150	
	3	180	400	0,028	0,085	0,04	0,11	0,095	0,055	0,055	14	10	16	0,00187	0,010	100	
	4	240	450	0,025	0,08	0,045	0,115	0,085	0,05	0,05	10	13	17	0,00169	0,0143	80	
	5	300	510	0,032	0,09	0,05	0,1	0,1	0,055	0,055	8	11	15	0,00167	0,00917	50	

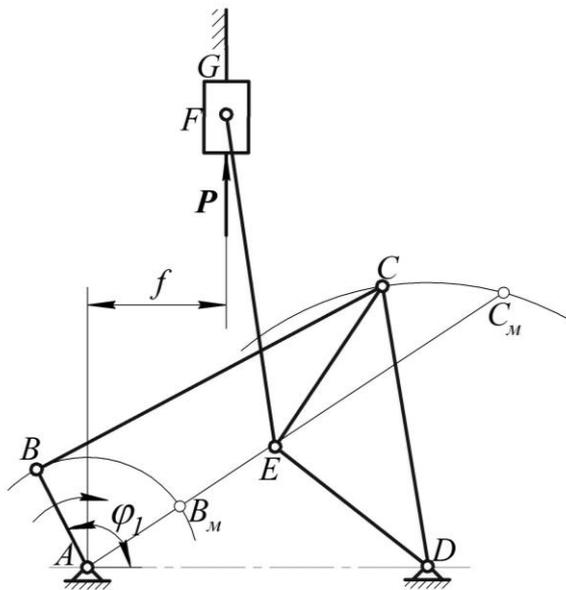
К схеме №5	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$l_{CE}$	$l_{DE}$	$f$	$m_{BC}$	$m_{EF}$	$m_{но.13}$	$I_{BC}$	$I_{EF}$	$P$
	1	60	320	0,025	0,095	0,05	0,1	0,105	0,03	0,03	0,04	6	18	40	0,0451	0,015	350
	2	80	330	0,028	0,09	0,048	0,11	0,1	0,028	0,028	0,042	7	15	45	0,00473	0,0151	300
	3	150	420	0,03	0,085	0,046	0,105	0,095	0,026	0,026	0,045	8	16	50	0,00482	0,0147	250
	4	240	450	0,032	0,08	0,05	0,105	0,09	0,03	0,03	0,05	7	17	42	0,00373	0,0156	320
	5	330	480	0,025	0,075	0,055	0,11	0,1	0,025	0,025	0,048	6	14	45	0,00281	0,0141	400

К схеме №6	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$l_{BE}$	$g$	$m_{BC}$	$m_{EF}$	$m_{но.13}$	$I_{BC}$	$I_{EF}$	$P$	
	1	45	330	0,05	0,15	0,075	0,15	0,16	0,059	0,12	4	6	40	0,00750	0,0112	500	
	2	90	280	0,045	0,135	0,07	0,16	0,15	0,045	0,11	3	5	35	0,00456	0,0106	250	
	3	135	210	0,04	0,12	0,065	0,15	0,13	0,04	0,1	8	4	45	0,00960	0,00750	150	
	4	210	300	0,042	0,14	0,06	0,18	0,14	0,042	0,12	5	8	30	0,00817	0,0216	400	
	5	300	420	0,05	0,145	0,07	0,16	0,16	0,05	0,13	6	7	25	0,0105	0,0149	350	

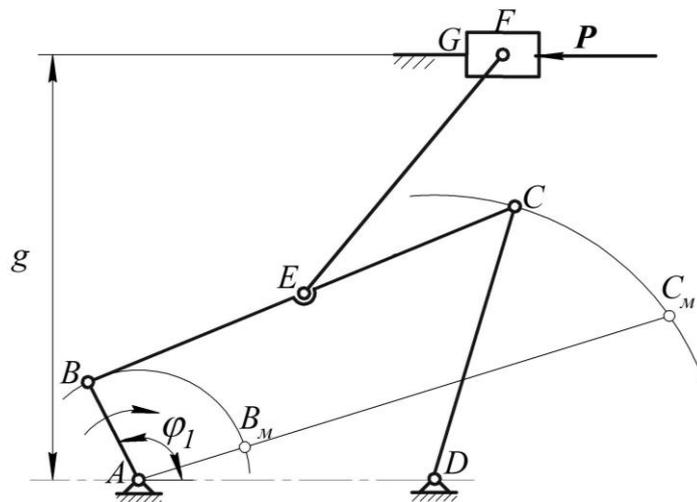
4



5



6

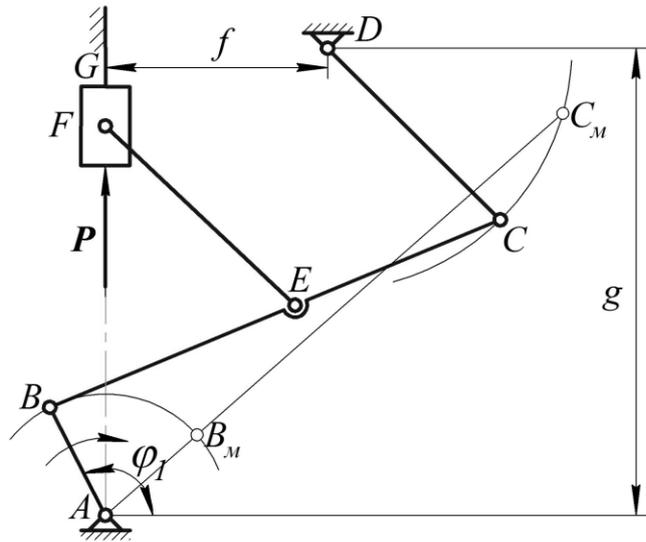


К сxеме №7	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$g$	$l_{BE}$	$f$	$m_{CD}$	$m_{EF}$	$m_{нолз}$	$I_{CD}$	$I_{EF}$	$P$	
	1	25	300	0,03	0,09	0,05	0,1	0,08	0,05	0,03	2	4	10	0,00042	0,00333	200	
	2	80	330	0,025	0,095	0,045	0,105	0,075	0,06	0,025	3	3	12	0,00051	0,00276	150	
	3	135	420	0,03	0,085	0,048	0,11	0,07	0,05	0,028	5	5	13	0,00096	0,00504	100	
	4	240	400	0,025	0,09	0,045	0,115	0,08	0,05	0,026	4	6	11	0,00068	0,00661	150	
	5	315	450	0,025	0,085	0,05	0,095	0,75	0,05	0,03	2	7	14	0,00042	0,00526	100	

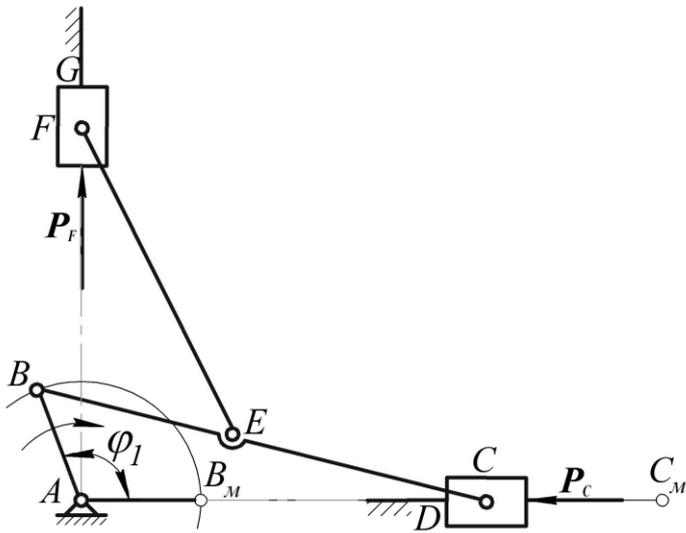
К сxеме №8	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{EF}$	$l_{BE}$	$m_{BC}$	$m_{EF}$	$m_{нолC}$	$m_{нолF}$	$I_{BC}$	$I_{EF}$	$P_C$	$P_F$		
	1	45	400	0,03	0,095	0,1	0,045	10	11	20	10	0,00752	0,00917	200	150		
	2	100	360	0,026	0,08	0,095	0,04	12	13	25	15	0,00640	0,00978	250	200		
	3	150	420	0,028	0,085	0,11	0,045	11	12	15	25	0,00662	0,0121	150	100		
	4	235	390	0,03	0,09	0,115	0,045	13	14	18	12	0,00878	0,0154	100	50		
	5	315	510	0,025	0,075	0,09	0,035	10	11	30	20	0,00469	0,00743	150	100		

К сxеме №9	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$l_{BE}$	$l_{CE}$	$g$	$m_{CD}$	$m_{EF}$	$m_{нолз}$	$I_{CD}$	$I_{EF}$	$P$
	1	25	300	0,03	0,090	0,05	0,1	0,105	0,05	0,05	0,08	3	12	20	0,00063	0,0100	200
	2	80	330	0,035	0,095	0,045	0,105	0,095	0,06	0,06	0,085	7	13	18	0,00118	0,0119	150
	3	135	420	0,03	0,085	0,048	0,11	0,09	0,05	0,05	0,09	8	10	16	0,00154	0,0100	100
	4	240	400	0,025	0,09	0,045	0,115	0,1	0,05	0,05	0,07	6	12	17	0,00101	0,0132	180
	5	315	450	0,025	0,085	0,05	0,095	0,105	0,05	0,05	0,075	5	14	14	0,00104	0,0105	160

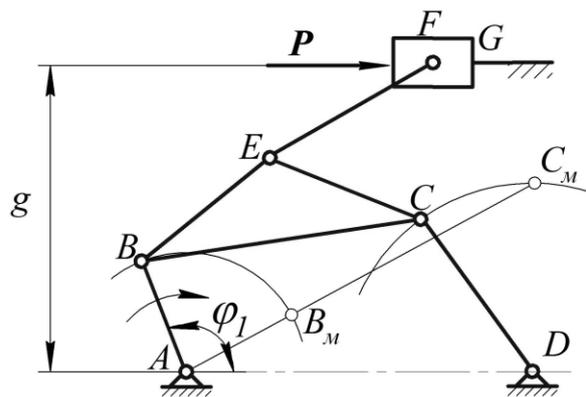
7



8



9

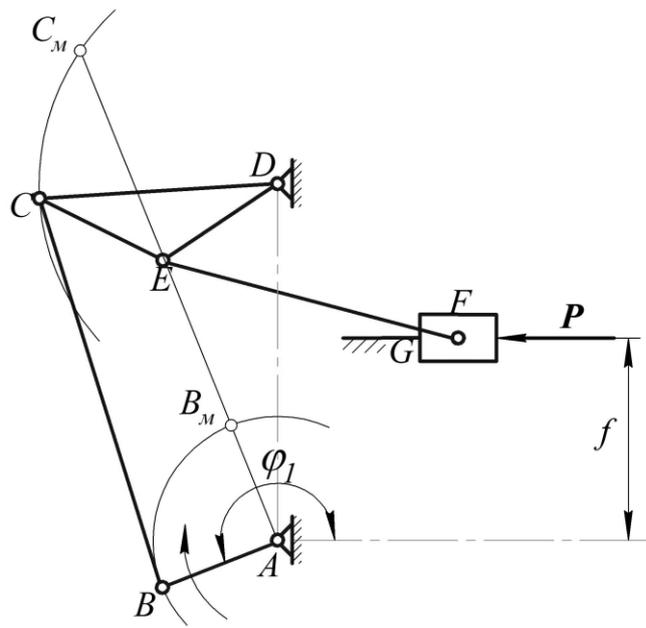


К схеме №10	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$l_{DE}$	$l_{CE}$	$f$	$m_{BC}$	$m_{EF}$	$m_{полз}$	$I_{BC}$	$I_{EF}$	$P$
	1	30	320	0,032	0,09	0,05	0,085	0,1	0,03	0,03	0,04	6	13	20	0,00405	0,00783	150
	2	120	380	0,028	0,085	0,048	0,09	0,095	0,028	0,028	0,035	7	15	25	0,00421	0,0101	100
	3	150	620	0,03	0,08	0,046	0,08	0,09	0,025	0,025	0,038	8	17	20	0,00427	0,00907	150
	4	225	570	0,025	0,1	0,045	0,098	0,105	0,03	0,03	0,042	10	19	22	0,00833	0,0152	100
	5	300	720	0,03	0,085	0,05	0,095	0,1	0,035	0,035	0,04	5	11	28	0,00301	0,00827	120

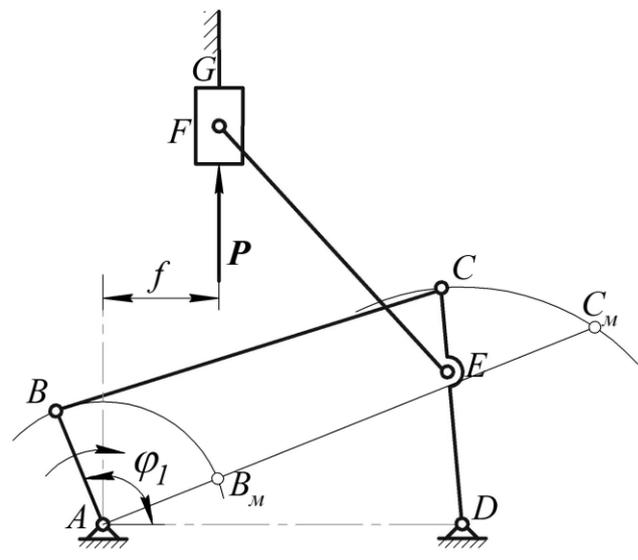
К схеме №11	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$l_{CE}$	$f$	$m_{BC}$	$m_{EF}$	$m_{полз}$	$I_{BC}$	$I_{EF}$	$P$	
	1	30	350	0,05	0,15	0,075	0,15	0,16	0,04	0,06	4	8	40	0,00750	0,0150	300	
	2	60	420	0,045	0,135	0,07	0,14	0,15	0,035	0,07	3	7	35	0,00456	0,0114	200	
	3	150	320	0,04	0,12	0,068	0,135	0,14	0,03	0,065	2	9	40	0,00240	0,0136	150	
	4	240	460	0,042	0,125	0,065	0,14	0,13	0,035	0,065	4	5	30	0,00521	0,00817	250	
	5	330	390	0,048	0,13	0,07	0,13	0,15	0,04	0,07	6	3	25	0,00845	0,00423	200	

К схеме №12	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$l_{CE}$	$f$	$m_{CD}$	$m_{EF}$	$m_{полз}$	$I_{CD}$	$I_{EF}$	$P$	
	1	45	300	0,03	0,095	0,045	0,12	0,08	0,03	0,045	5	6	12	0,00084	0,00720	100	
	2	90	510	0,025	0,09	0,042	0,13	0,075	0,025	0,04	4	4	10	0,00059	0,00563	50	
	3	225	480	0,028	0,085	0,04	0,135	0,078	0,02	0,045	6	3	13	0,00080	0,00456	70	
	4	300	420	0,03	0,08	0,045	0,125	0,08	0,03	0,04	3	8	16	0,00051	0,0104	80	
	5	360	540	0,025	0,085	0,04	0,13	0,07	0,025	0,045	2	7	19	0,00027	0,00986	110	

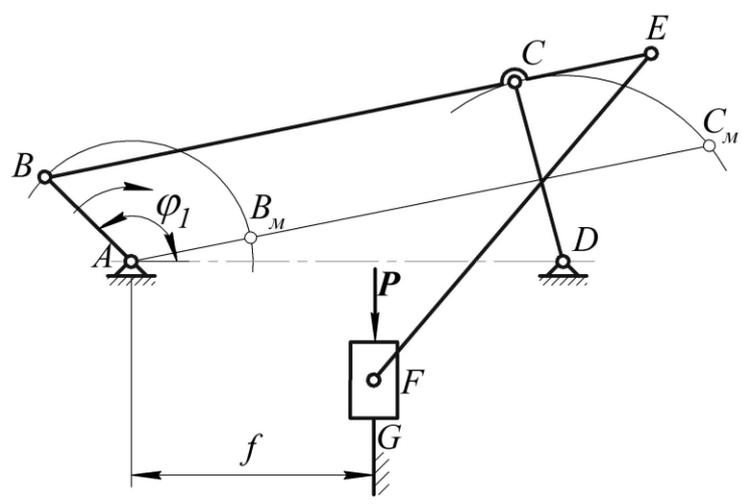
10



11



12

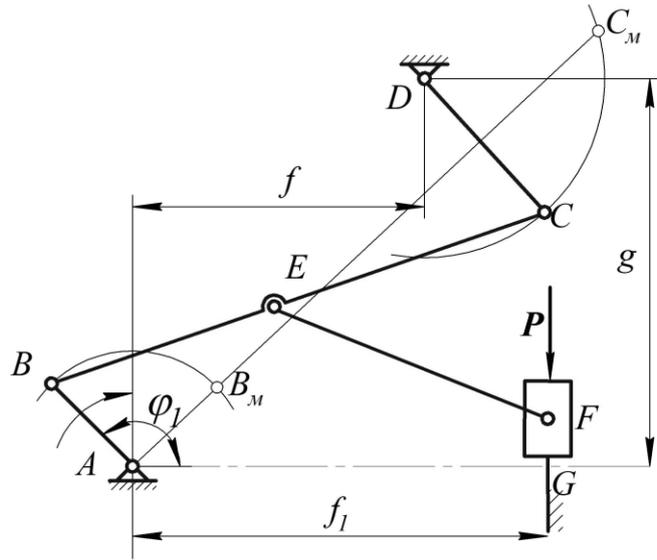


К схеме №13	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{BE}$	$l_{EF}$	$f_1$	$f$	$g$	$m_{CD}$	$m_{EF}$	$m_{нол3}$	$I_{CD}$	$I_{EF}$	$P$
	1	30	600	0,032	0,095	0,055	0,05	0,1	0,08	0,04	0,08	2	4	10	0,00050	0,00333	400
	2	60	570	0,03	0,09	0,05	0,045	0,125	0,07	0,035	0,075	3	6	12	0,00063	0,00781	250
	3	120	630	0,023	0,085	0,045	0,045	0,1	0,06	0,03	0,07	4	5	14	0,00068	0,00417	200
	4	150	540	0,026	0,08	0,05	0,04	0,105	0,08	0,04	0,08	3	8	16	0,00063	0,00735	250
	5	210	560	0,025	0,075	0,045	0,035	0,1	0,06	0,03	0,07	2	6	18	0,00034	0,00500	200

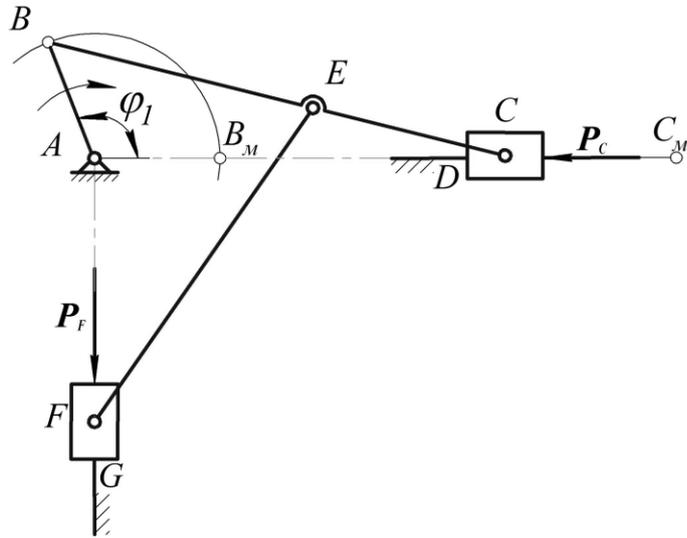
К схеме №14	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{EF}$	$l_{BE}$	$m_{BC}$	$m_{EF}$	$m_{нолC}$	$m_{нолF}$	$I_{BC}$	$I_{EF}$	$P_C$	$P_F$		
	1	45	400	0,03	0,09	0,1	0,045	10	12	20	15	0,00675	0,0100	200	150		
	2	90	360	0,025	0,095	0,11	0,05	12	14	20	20	0,00903	0,0141	250	200		
	3	135	420	0,028	0,085	0,105	0,045	11	16	25	25	0,00662	0,0147	150	100		
	4	225	390	0,025	0,08	0,115	0,04	13	10	16	12	0,00693	0,0110	100	150		
	5	315	510	0,03	0,075	0,1	0,035	8	8	10	18	0,00375	0,00667	150	200		

К схеме №15	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$l_{BE}$	$l_{CE}$	$m_{CD}$	$m_{EF}$	$m_{нол3}$	$I_{CD}$	$I_{EF}$	$P$		
	1	30	320	0,03	0,095	0,05	0,105	0,105	0,05	0,05	0,05	8	12	20	0,00602	0,0110	150	
	2	60	390	0,032	0,09	0,043	0,11	0,1	0,06	0,06	0,06	7	14	18	0,00473	0,0141	120	
	3	120	420	0,028	0,085	0,046	0,1	0,095	0,045	0,045	0,045	9	16	16	0,00542	0,0133	140	
	4	180	450	0,026	0,08	0,044	0,105	0,09	0,05	0,05	0,05	6	10	14	0,00320	0,00919	100	
	5	240	480	0,025	0,075	0,055	0,12	0,1	0,05	0,05	0,05	7	8	15	0,00328	0,00960	250	

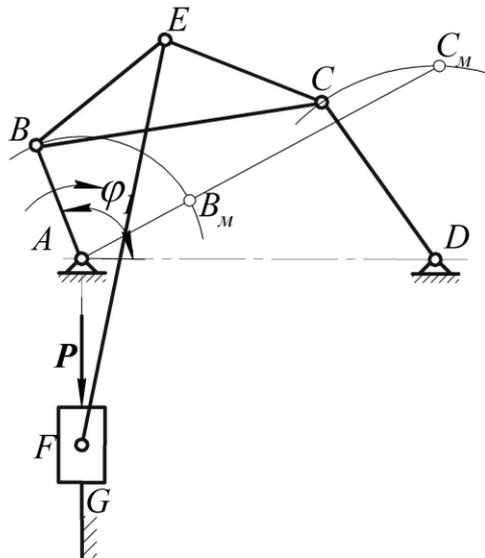
13



14



15

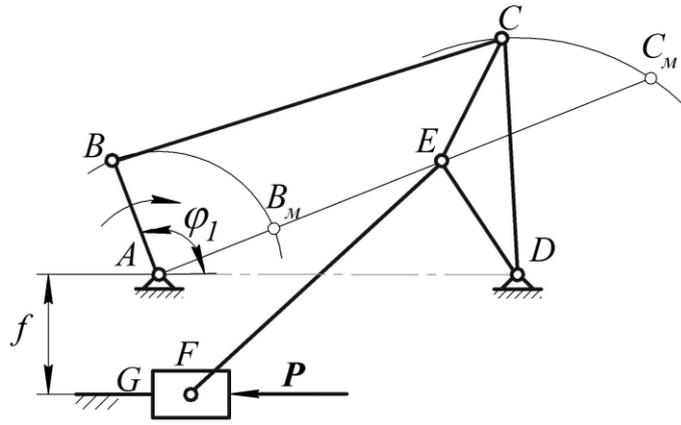


К сехеме №16	Бар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$l_{CE}$	$l_{DE}$	$f$	$m_{CD}$	$m_{EF}$	$m_{но.13}$	$I_{CD}$	$I_{EF}$	$P$
	1	45	330	0,03	0,095	0,05	0,105	0,105	0,03	0,03	0,03	6	13	20	0,00125	0,0119	350
	2	90	390	0,032	0,09	0,043	0,11	0,1	0,028	0,028	0,025	5	15	22	0,00077	0,0151	300
	3	120	420	0,028	0,085	0,046	0,1	0,095	0,026	0,026	0,03	4	12	24	0,00071	0,0100	120
	4	180	450	0,026	0,08	0,044	0,105	0,09	0,029	0,029	0,025	3	14	28	0,00048	0,0128	180
	5	240	480	0,025	0,075	0,055	0,12	0,1	0,03	0,03	0,03	6	16	30	0,00151	0,0192	200

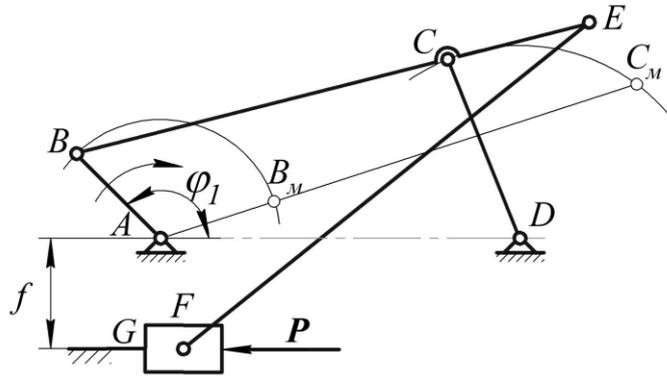
К сехеме №17	Бар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$l_{CE}$	$f$	$m_{CD}$	$m_{EF}$	$m_{но.13}$	$I_{CD}$	$I_{EF}$	$P$		
	1	30	320	0,032	0,09	0,045	0,14	0,08	0,03	0,03	0,03	2	6	12	0,00034	0,00980	100	
	2	60	510	0,03	0,09	0,047	0,135	0,075	0,028	0,035	0,035	3	7	10	0,00055	0,0106	120	
	3	150	480	0,028	0,085	0,048	0,13	0,07	0,026	0,03	0,03	4	8	14	0,00077	0,0112	160	
	4	240	420	0,026	0,08	0,04	0,145	0,08	0,024	0,035	0,035	2	9	16	0,00027	0,0157	140	
	5	360	540	0,025	0,075	0,045	0,14	0,075	0,03	0,03	0,03	3	5	12	0,00051	0,00817	200	

К сехеме №18	Бар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{BE}$	$f$	$g$	$m_{CD}$	$m_{EF}$	$m_{но.13}$	$I_{CD}$	$I_{EF}$	$P$		
	1	45	600	0,03	0,095	0,04	0,1	0,04	0,03	0,08	0,08	11	6	10	0,00147	0,00500	150	
	2	90	570	0,025	0,09	0,045	0,105	0,045	0,025	0,075	0,075	12	7	12	0,00203	0,00643	180	
	3	140	630	0,028	0,085	0,05	0,12	0,04	0,03	0,07	0,07	13	5	14	0,00271	0,00600	160	
	4	280	720	0,03	0,08	0,045	0,1	0,04	0,025	0,08	0,08	14	4	16	0,00236	0,00333	120	
	5	340	510	0,025	0,075	0,04	0,105	0,035	0,03	0,075	0,075	16	6	13	0,00213	0,00551	100	

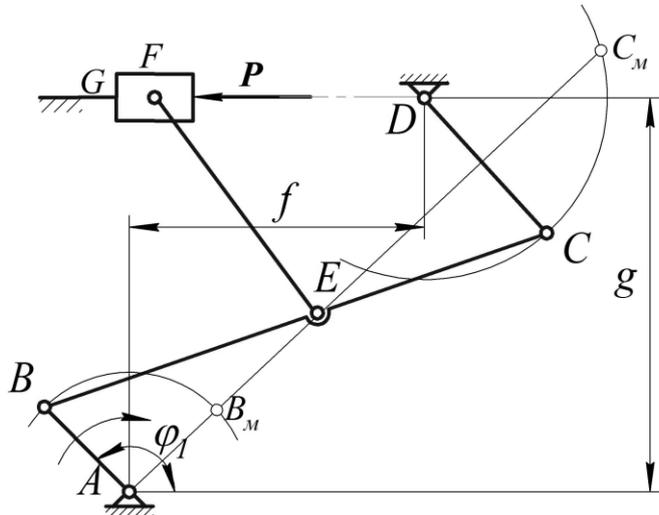
16



17



18

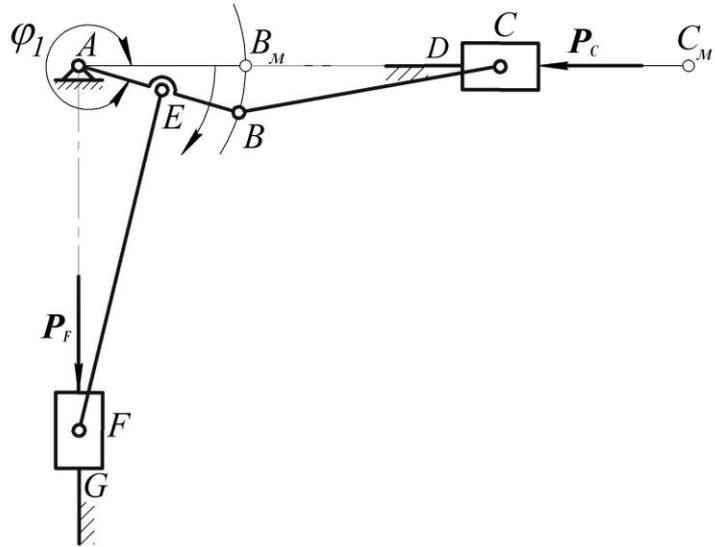


К схеме №19	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{EF}$	$l_{BE}$	$m_{BC}$	$m_{EF}$	$m_{полC}$	$m_{полF}$	$I_{BC}$	$I_{EF}$	$P_C$	$P_F$		
	1	0	400	0,032	0,095	0,1	0,016	12	11	20	15	0,00903	0,00917	200	150		
	2	60	360	0,03	0,09	0,095	0,015	14	13	25	20	0,00945	0,00978	250	200		
	3	120	420	0,028	0,085	0,105	0,014	10	15	15	10	0,00602	0,0137	150	150		
	4	210	390	0,026	0,08	0,11	0,013	8	17	10	12	0,00427	0,0171	100	150		
	5	315	510	0,024	0,075	0,1	0,12	6	19	12	20	0,00281	0,0158	120	180		

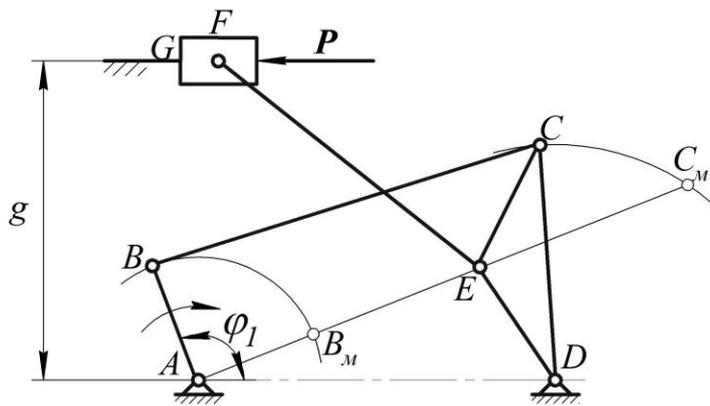
К схеме №20	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$l_{CE}$	$l_{DE}$	$g$	$m_{CD}$	$m_{EF}$	$m_{пол3}$	$I_{CD}$	$I_{EF}$	$P$
	1	30	330	0,032	0,09	0,05	0,105	0,105	0,03	0,03	0,04	6	13	20	0,00125	0,0119	150
	2	60	420	0,03	0,085	0,048	0,1	0,1	0,028	0,028	0,035	7	15	25	0,00134	0,0125	100
	3	120	450	0,028	0,08	0,046	0,105	0,095	0,032	0,032	0,04	8	17	20	0,00141	0,0156	130
	4	180	510	0,026	0,075	0,045	0,1	0,09	0,025	0,025	0,035	10	14	22	0,00169	0,0116	180
	5	240	600	0,025	0,09	0,05	0,105	0,1	0,03	0,03	0,04	12	13	24	0,00250	0,0119	200

К схеме №21	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$l_{BE}$	$g$	$m_{BC}$	$m_{EF}$	$m_{пол3}$	$I_{BC}$	$I_{EF}$	$P$	
	1	45	330	0,05	0,15	0,075	0,15	0,16	0,059	0,02	4	6	40	0,00750	0,0112	500	
	2	90	280	0,045	0,135	0,07	0,16	0,15	0,045	0,03	3	5	35	0,00456	0,0106	250	
	3	135	210	0,04	0,12	0,065	0,15	0,13	0,04	0,04	8	4	45	0,00960	0,00750	150	
	4	210	300	0,042	0,14	0,06	0,18	0,14	0,042	0,035	5	8	30	0,00817	0,0216	400	
	5	300	420	0,05	0,145	0,07	0,16	0,16	0,05	0,025	6	7	25	0,0105	0,0149	350	

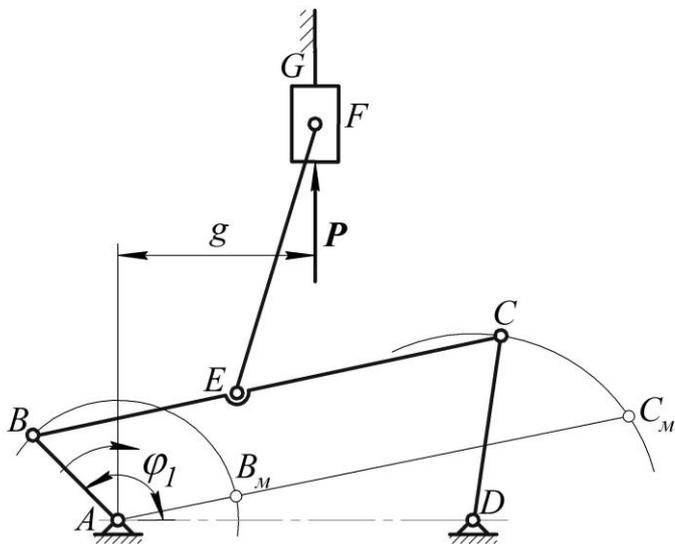
19



20



21

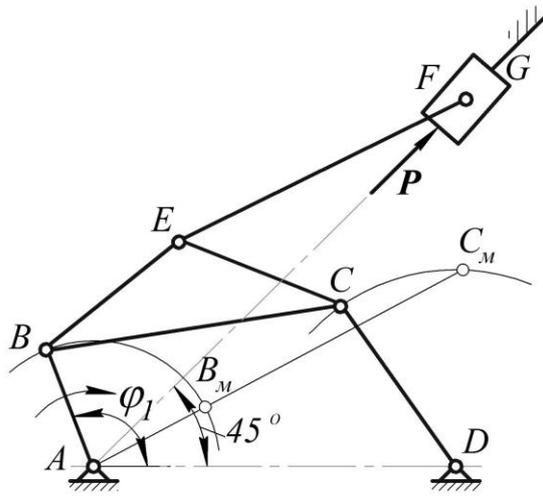


К сxеме №22	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$l_{BE}$	$l_{CE}$	$m_{BC}$	$m_{EF}$	$m_{полз}$	$I_{BC}$	$I_{EF}$	$P$	
	1	45	330	0,05	0,15	0,075	0,15	0,16	0,087	0,087	4	6	40	0,00750	0,0112	500	
	2	90	280	0,045	0,135	0,07	0,16	0,15	0,077	0,077	3	5	35	0,00456	0,0106	250	
	3	135	210	0,04	0,12	0,065	0,15	0,13	0,07	0,07	8	4	45	0,00960	0,00750	150	
	4	210	300	0,042	0,14	0,06	0,18	0,14	0,080	0,080	5	8	30	0,00817	0,0216	400	
	5	300	420	0,05	0,145	0,07	0,16	0,16	0,084	0,084	6	7	25	0,0105	0,0149	350	

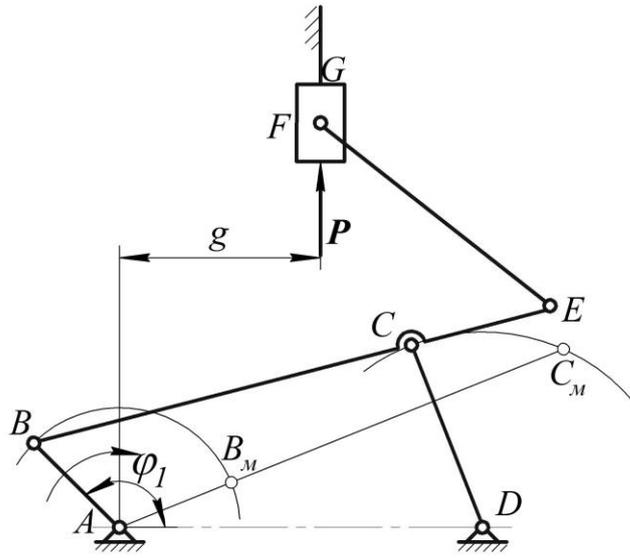
К сxеме №23	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{CE}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$g$	$m_{BC}$	$m_{EF}$	$m_{полз}$	$I_{BC}$	$I_{EF}$	$P$	
	1	30	510	0,03	0,09	0,05	0,03	0,085	0,085	0,08	6	8	12	0,00405	0,00282	100	
	2	60	390	0,028	0,085	0,045	0,035	0,08	0,075	0,08	7	7	10	0,00421	0,00210	50	
	3	120	480	0,026	0,08	0,04	0,025	0,078	0,08	0,09	8	6	13	0,00427	0,00168	60	
	4	150	420	0,03	0,075	0,045	0,028	0,075	0,07	0,08	9	5	16	0,00422	0,00126	80	
	5	210	540	0,025	0,08	0,05	0,026	0,07	0,08	0,09	5	8	11	0,00267	0,00167	120	

К сxеме №24	Вар.	$\varphi_1$	$n_{AB}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{EF}$	$l_{AD}$	$l_{BE}$	$f$	$m_{BC}$	$m_{EF}$	$m_{полз}$	$I_{BC}$	$I_{EF}$	$P$	
	1	45	330	0,05	0,15	0,075	0,15	0,16	0,059	0,02	4	6	40	0,00750	0,0112	500	
	2	90	280	0,045	0,135	0,07	0,16	0,15	0,045	0,03	3	5	35	0,00456	0,0106	250	
	3	135	210	0,04	0,12	0,065	0,15	0,13	0,04	0,04	8	4	45	0,00960	0,00750	150	
	4	210	300	0,042	0,14	0,06	0,18	0,14	0,042	0,035	5	8	30	0,00817	0,0216	400	
	5	300	420	0,05	0,145	0,07	0,16	0,16	0,05	0,025	6	7	25	0,0105	0,0149	350	

22



23



24

