

УДК 629.439

## ХОЛИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЯГИ МАГНИТОЛЕВИТИРУЮЩЕГО ПОЕЗДА

В.А. Поляков<sup>1</sup>, Н.М. Хачапуридзе<sup>2</sup>

<sup>1</sup>кандидат технических наук, старший научный сотрудник отдела динамики и прочности новых и нетрадиционных видов транспорта, Институт транспортных систем и технологий Национальной академии наук Украины, г. Днепропетровск, Украина, e-mail: [p v a 725@mail.ru](mailto:pva725@mail.ru)

<sup>2</sup>кандидат технических наук, заместитель директора по научной работе, Институт транспортных систем и технологий Национальной академии наук Украины, г. Днепропетровск, Украина, e-mail: [itst@westa-inter.com](mailto:itst@westa-inter.com)

**Аннотация.** Объектом исследования является тяговая сила двигателя магнитолевитирующего поезда. Цель исследования – получение корректного описания реализации такой силы. Выявлены рациональные парадигмы исследования. Рассмотрены имеющиеся версии искомой модели. Описаны их достоинства и недостатки. Выбраны рациональные расчётные схемы элементов двигателя. При исследовании принята холистическая парадигма. Для упрощения модели введены адекватные допущения. Выражения для компонентов тяги найдены как силы Ампера. Описана электродинамика обмоток двигателя. Приведён пример, верифицирующий пригодность построенной модели.

**Ключевые слова:** магнитолевитирующий поезд, линейный синхронный двигатель, холистическая парадигма исследования.

## HOLISTIC MODEL OF MAGNETICALLY LEVITATED TRAIN'S TRACTION

Vladislav Poljakov<sup>1</sup>, Nikolay Khachapuridze<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ph.D in Technical Science, Senior Research Assistant of Department of Dynamics and Strength of a New and Nonconventional Types of Transport, Institute of Transport Systems and Technologies of Ukraine's National Academy of Sciences, Dnepropetrovsk, Ukraine, e-mail: [p v a 725@mail.ru](mailto:pva725@mail.ru)

<sup>2</sup>Ph.D in Technical Science, Deputy Director for Science, Institute of Transport Systems and Technologies of Ukraine's National Academy of Sciences, Dnepropetrovsk, Ukraine, e-mail: [itst@westa-inter.com](mailto:itst@westa-inter.com)

**Abstract.** A traction force of a magnetically levitated train's motor is the research object. To provide a correct description of such force's realization is the aim of research. The rational research paradigms have been revealed. The existing versions of the required model have been considered. Their advantages and disadvantages have been described. The rational design schemes of motor's components have been selected. The holistic paradigm has been adopted in the investigation. Adequate assumptions have been entered for model simplification. The expressions for the traction components were found as the Ampere's forces. The electrodynamics of motor's windings has been described. The example which verifies suitability of the constructed model is given.

**Keywords:** magnetically levitated train, linear synchronous motor, holistic paradigm of research.

**Введение.** Токи в обмотках линейного синхронного двигателя (ЛСД) магнитолевитирующего поезда (МЛП), и создаваемые ими магнитные поля – компоненты единого электромагнитного процесса, который, в свою очередь, является субпроцессом гиперпроцесса электромеханического преобразования энергии таким двигателем. Порознь указанные компоненты с успехом могут моделироваться [1] в рамках теорий, соответственно, электрических цепей, базирующийся на уравнениях Кирхгофа, и электромагнитного поля, ядром которой являются уравнения Максвелла. Поэтому ныне имеющиеся версии математической модели (ММ) тяговой силы (ТС) МЛП были построены [2, 3] исходя из указанных селективных парадигм её моделирования.

**Цель работы.** Результаты анализа свойств имеющихся версий ММ ТС МЛП свидетельствуют о том, что каждая из них обладает как преимуществами, так и недостатками. Первая из упомянутых версий модели (построенная в рамках парадигмы теории электрических цепей) обладает достаточно широкими функциональными возможностями. Однако, её основным недостатком является наличие в её дифференциальных уравнениях коэффициентов (соответствующих взаимным индуктивностям контуров фаз якоря между собой, а также с контурами возбуждения), значения которых периодически изменяются в зависимости от положения муфтера (подвижных частей ЛСД). Это существенно затрудняет решение задач описываемой динамики [4], радикально снижая практическую ценность версии. Версия же ММ, исходящая из парадигмы теории поля, менее ресурсоёмка, однако и менее практична. Последнее – следствие существенной ограниченности её общности, вызываемой недостаточной адекватностью исходных предположений, принятых при построении этой версии модели. Изложенные соображения выявляют [5, 6] актуальность создания холистической модели тяги (ХМТ) МЛП, ассимилирующей достоинства имеющихся версий модели и максимально свободной от их недостатков. Построение такой ХМТ является основной задачей настоящей работы.

**Материал и результаты исследования.** Электромеханическое энергопреобразование ЛСД МЛП осуществляется в процессе взаимодействия взаимно неподвижных магнитных полей, создаваемых токами, протекающими в контурах индуктора и якоря. Поэтому паттерном ТС поезда является взаимодействие тока, протекающего в элементе контура индуктора ЛСД, с полем, создаваемым токами его якоря. Такое взаимодействие может быть описано выражением закона Ампера [7]:

$$f_{\lambda\chi} = l_{\lambda\chi} \cdot i^{\lambda} \cdot B_{\lambda\chi} \cdot \sin \alpha_{\lambda\chi}, \quad (1)$$

где  $f_{\lambda\chi}$  – сила, действующая на  $\chi$ -ый элемент  $\lambda$ -го контура индуктора двигателя;  $l_{\lambda\chi}, i^{\lambda}, B_{\lambda\chi}, \alpha_{\lambda\chi}$  – длина упомянутого элемента, ток в нём, индукция (условно однородного – в пределах элемента) магнитного поля, в котором элемент находится, а также угол между  $\vec{i}_{\lambda}$  и  $\vec{B}_{\lambda\chi}$ .

Расчётные схемы обмоток возбуждения и якоря двигателя приняты, соответственно, в виде набора гальванически не связанных проводящих прямоугольных рамок, соответствующих контурам криомодулей, и трёхфазной электрической сети, каждой фазе которой соответствует отдельный контур. Тогда, в произвольный момент времени, тяга двигателя определима как векторная сумма величин  $\vec{f}_{\lambda\chi} \forall \lambda \in [1, N], \chi \in [1, 4]$ , каждая из которых, – это результат взаимодействия одного из контуров возбуждения с полем, создаваемым якорной обмоткой. В последнем выражении,  $N$  – число упомянутых контуров возбуждения. Динамика электрического компонента упомянутого взаимодействия определяется уравнениями второго закона Кирхгофа [7]. Подсистема “контур возбуждения – якорная обмотка”, как правило, вырождена [8] – ёмкостные показатели её элементов пренебрежимо низки. Поэтому, в инерциальной системе отсчёта  $Q_i^v \forall v \in [A, B, C, M]$ , указанным уравнениям может быть придан вид [7]:

$$u_{\rho} = L_{\rho} \cdot \frac{d}{dt} i^{\rho} + L_{\rho\mu} \cdot \frac{d}{dt} i^{\mu} + r_{\rho} \cdot i^{\rho} \quad \forall \rho, \mu \in [A, B, C, M], \quad (2)$$

где  $u_{\rho}, L_{\rho}, L_{\rho\mu}, r_{\rho} \quad \forall \rho, \mu \in [A, B, C, M]$  – электродвижущие силы (э. д. с.) источников, собственные и взаимные индуктивности, а также омические сопротивления элементов описываемой парциальной подсистемы;  $i^{\rho}, i^{\mu} \quad \forall \rho, \mu \in [A, B, C, M]$  – токи в контурах якоря и возбуждения;  $A, B, C, M$  – индексы, соответствующие этим контурам;  $t$  – текущее время.

Поскольку муfter ЛСД движется относительно его статора, то многие из величин  $L_{\rho\mu} \quad \forall \rho, \mu \in [A, B, C, M]$  имеют переменные во времени значения. Это, в свою очередь, приводит к нестационарности коэффициентов уравнений (2) и, как отмечено, существенно снижает практическую ценность версии модели. С целью устранения указанного недостатка, реализацию ТС МЛП следует рассматривать относительно координатной системы, в которой обмотки двигателя условно взаимно неподвижны. В таком качестве, удобнее всего принять [5] отсчётную систему  $C_{\alpha} n^{\lambda} \quad \forall \lambda \in [1, 3]$ , жёстко связанную с  $\alpha$ -ым контуром обмотки возбуждения двигателя. Инерциальной  $C_{\alpha} n^{\lambda} \quad \forall \lambda \in [1, 3]$ , в общем случае, не является. В то же время, весьма желательно [9], чтобы уравнения, описывающие динамику электрической подсистемы ЛСД, имели тензорный характер. Такие уравнения могут быть получены

[10], из равенств типа (2), путём замены в них локальных производных  $\frac{d}{dt}$  абсолютными  $\frac{D}{dt}$ , а также перехода в этих равенствах к координатам  $\eta^\lambda \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$ . По отношению к произвольному вектору  $\eta^\beta$ , соотношение между упомянутыми производными, как известно, имеет вид [10]:

$$\frac{D}{dt}\eta^\beta = \frac{d}{dt}\eta^\beta + e_{\beta\kappa\nu} \cdot \omega_\kappa \cdot \eta^\nu \quad (3)$$

где  $e_{\beta\kappa\nu}, \omega_\kappa$  - символ Леви-Чивита, а также вектор угловой скорости вращения  $C_\alpha \eta^\lambda \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$ .

После осуществления указанной замены, соотношения, полученные из (2), приобретают тензорный характер. Поэтому, в частности, их форма становится инвариантной по отношению к координатам, в которых они записаны. Переход же к координатам  $\eta^\lambda \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$  осуществим согласно выражениям:

$$\eta^\lambda = g_\rho^\lambda \cdot i^\rho \quad \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1,3}], \quad (4)$$

где  $g_\rho^\lambda$  – матрица преобразования координат:

$$g_\rho^\lambda = \frac{\partial \eta^\lambda}{\partial i^\rho} \quad \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1,3}]. \quad (5)$$

В свою очередь, выражения для связей вида

$$\eta^\lambda = \eta^\lambda (i^\rho) \quad \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1,3}] \quad (6)$$

могут быть получены исходя из того, что [5], в процессе описываемого координатного преобразования, одним из его инвариантов являются, в частности, амплитудные значения токов, протекающих в рассматриваемых контурах.

С помощью же матрицы

$$g_\lambda^\rho = \frac{\partial i^\rho}{\partial \eta^\lambda} = (g_\rho^\lambda)^T \quad \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1,3}], \quad (7)$$

осуществимо обратное преобразование

$$i^\rho = g_\lambda^\rho \cdot \eta^\lambda \quad \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1,3}]. \quad (8)$$

После описанных преобразований, уравнения (2) приобретают вид

$$u_\lambda = L_\lambda \cdot \left( \frac{d}{dt} \eta^\lambda + e_{\lambda\alpha\nu} \cdot \omega_\alpha \cdot \eta^\nu \right) + L_{\lambda\zeta} \cdot \left( \frac{d}{dt} \eta^\zeta + e_{\zeta\alpha\sigma} \cdot \omega_\alpha \cdot \eta^\sigma \right) + r_\lambda \cdot \eta^\lambda \quad \forall \lambda, \nu, \zeta, \sigma \in [\overline{1,3}]. \quad (9)$$

Таким образом, уравнения (9) имеют постоянные коэффициенты, являются тензорными и описывают токовую динамику ЛСД в координатах  $\eta^\lambda \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$ . После их (как правило – численного) разрешения относительно переменных  $\eta^\lambda \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$ , последние, с использованием соотношений (8), могут быть

преобразованы в координаты  $i^\rho \forall \rho \in [A, B, C, M]$ , значения которых определяют реальные токи в контурах двигателя.

Магнитная цепь ЛСД предполагается ненасыщенной [3]. Поэтому она может считаться условно-линейной подсистемой и, следовательно, к ней применим принцип аддитивности. Исходя из этого, результирующее поле фазы якорной обмотки двигателя в любой точке геометрического пространства  $O\Xi_\chi \forall \chi \in [\overline{1,3}]$ , в котором реально движется муотер относительно статора, может описываться как сумма полей, создаваемых в этой точке отдельными катушками такой фазы:

$$B_{\alpha q} = B_{\alpha \kappa q} \cdot e^\kappa; e^\kappa = 1; \forall \kappa \in [\overline{1, n_p}], q \in [\overline{1, 3}], \quad (10)$$

где  $n_p$  – число прямоугольных катушек [1], включённых в каждую из фаз якоря;  $B_{\alpha q}, B_{\alpha \kappa q} \forall \kappa \in [\overline{1, n_p}]; q \in [\overline{1, 3}]$  – пространственные компоненты индукции поля, создаваемого всей обмоткой фазы  $\alpha$  якоря, а также её отдельными катушками в рассматриваемой точке этого пространства. В свою очередь, значения компонентов  $B_{\alpha \beta q} \forall q \in [\overline{1, 3}]$  для каждой  $\beta$ -ой катушки, включённой в  $\alpha$ -ую фазу якоря, определимы согласно выражениям, полученным в [11]. В последние выражения последовательно подставляются значения токов  $i^\rho \forall \rho \in [A, B, C]$  и, таким образом, находятся значения  $B_{\rho \kappa q} \forall \rho \in [A, B, C], \kappa \in [\overline{1, n_p}], q \in [\overline{1, 3}]$ , а затем по ним, согласно (10), – и  $B_{\rho q} \forall \rho \in [A, B, C], q \in [\overline{1, 3}]$ .

Поскольку пространство системы  $O\Xi_\chi \forall \chi \in [\overline{1,3}]$  – евклидово, то, исходя из его метрики, мгновенное значение модуля вектора полной индукции поля, создаваемого током  $\rho$ -ой фазы якоря, может быть определено выражением

$$B_\rho = \sqrt{B_{\rho q}^{(2)} \cdot e^q}; e^q = 1 \forall \rho \in [A, B, C], q \in [\overline{1, 3}]. \quad (11)$$

Индукция поля  $B_\rho \forall \rho \in [A, B, C]$ , создаваемого током каждой фазы, в любой момент времени пропорциональна значению этого тока  $i^\rho \forall \rho \in [A, B, C]$ . В свою очередь, эти токи изменяются согласно косинусоидальным законам. Поэтому индукция результирующего поля, создаваемого якорем в целом, изменяется [5] согласно закону

$$B_{res} = 1,5 \cdot B_{max} \cdot \exp(-j \cdot \omega \cdot t); j^{(2)} = -1; \quad (12)$$

где  $B_{max}, \omega$  – амплитуда индукции поля одного из упомянутых фазных токов, а также частота его изменения.

**Выводы.** Создана парадигма моделирования ТС МЛП, ассимилирующая достоинства теорий цепей и поля, но свободная от их недостатков. Построена ХМТ МЛП, не имеющая дефектов предыдущих версий модели.

Этим исчерпывающе решена задача настоящей части исследования. В качестве примера использования созданных парадигмы и модели, приведена осциллограмма описываемой ТС в режиме разгона приводимого в движение поезда:

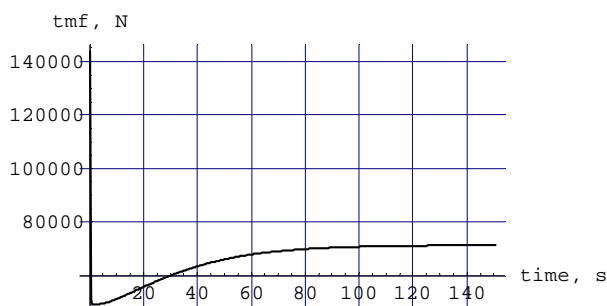


Рис. 1. – Тяговая сила ЛСД МЛП

Анализ этого результата свидетельствует о работоспособности созданных парадигмы и модели, а поэтому – их пригодности, после верификации и необходимой адаптации к нуждам конкретных практических задач, к использованию в процессе исследований динамики МЛП, оснащённых ЛСД.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Высокоскоростной магнитный транспорт с электродинамической левитацией / В. А. Дзензерский, В. И. Омеляненко, С. В. Васильев, В. И. Матин, С. А. Сергеев – К.: Наук. думка, 2001. – 479 с.
2. Вольдек А.И. Электрические машины / А. И. Вольдек – Л.: Энергия, 1984 – 832 с.
3. Поляков В. А. Динамика тяговой электромагнитной подсистемы магнитолевитирующего поезда / В. А. Поляков, Н. М. Хачапуридзе // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія “Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління” – № 1015. Вип. 19 – Х., 2012. – С. 268 - 273.
4. Поляков В. А. Динамика тяговой подсистемы магнитолевитирующего поезда (левая парадигма исследования) / В. А. Поляков, Н. М. Хачапуридзе // Науковий вісник Херсонської морської академії – 2013. – № 1 (8). С. 258 - 266.
5. Электрические машины (специальный курс) / Г. А. Сипайлов, Е. В. Кононенко, К. А. Хорьков – М.: Высш. шк., 1987. - 287 с.
6. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин / И. П. Копылов – М.: Высш. шк., 2001. – 327 с.
7. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи / Л. А. Бессонов – М.: Высш. шк., 1996. – 578 с.
8. Львович А. Ю. Электромеханические системы / А. Ю. Львович – Л.: Изд-во ЛГУ, 1989. – 296 с.
9. Крон Г. Применение тензорного анализа в электротехнике / Г. Крон – М., Л.: Госэнергоиздат, 1955. – 275 с.
10. Рашевский П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ / П. К. Рашевский – М.: Наука, 1967. – 644 с.
11. Бирюков В. А. Магнитное поле прямоугольной катушки с током / В. А. Бирюков, В. А. Данилов // Журнал технической физики. – 1961. – Т. XXXI, № 4. – С. 428 – 435.