УДК 519.85

ОПТИМИЗАЦИЯ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ НЕРЕМОНТОПРИГОДНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А.И. Косолап[1], А.А. Довгополая[2]
[1]доктор физико-математических наук, профессор кафедры специализированных компьютерных систем, Государственное высшее учебное заведение «Украинский государственный химико-технологический университет», г. Днепропетровск, Украина, e-mail: anivkos@ua.fm
[2]ассистент кафедры специализированных компьютерных систем, Государственное высшее учебное заведение «Украинский государственный химико-технологический университет», г. Днепропетровск, Украина, e-mail: dovgopolaya09@mail.ru

Аннотация В работе рассматривается задача оптимизации структуры систем резервирования элементов. Такие задачи возникают при проектировании сложных систем. Для повышения надежности функционирования таких систем ее элементы дублируются. Это увеличивает стоимость системы и повышает ее надежность. Математическая модель задачи резервирования является дискретной и многоэкстремальной. В работе для решения задач резервирования впервые используется метод точной квадратичной регуляризации. Этот метод позволяет преобразовать исходную дискретную многоэкстремальную задачу к максимизации нормы вектора на выпуклом множестве. Это означает, что все многообразие задач резервирование приводится к задаче максимизации нормы вектора на выпуклом множестве. Для решения преобразованной задачи используется прямо-двойственный метод внутренней точки. В настоящее время, это лучший метод для локальной оптимизации нелинейных задач. Были проведены многочисленные сравнительные численные эксперименты в задачах резервирования с числом подсистем до ста. Эти эксперименты подтверждают эффективность метода точной квадратичной регуляризации для решения задач резервирования.

Ключевые слова: системы резервирования, оптимизация, многоэкстремальные задачи, метод точной квадратичной регуляризации.

OPTIMIZATION OF DIFFICULT NONREPAIRABLE TECHNICAL SYSTEMS RELIABILITY

Anatolii Kosolap[1], Alona Dovgopola[2]
[1]Ph.D., Professor of Specialized Computer Systems Department, State Higher Education Establishment "Ukrainian State University of Chemical Technology", Dnipropetrovsk, Ukraine, e-mail: anivkos@ua.fm
[2]assistant lecturer of Specialized Computer Systems Department, State Higher Education Establishment "Ukrainian State University of Chemical Technology", Dnipropetrovsk, Ukraine, e-mail: dovgopolaya09@mail.ru

Abstract. The problem of structure optimization of systems redundancy elements. Such problems arise in the design of complex systems. To improve the reliability of such systems operation of its elements are duplicated. This increases system cost and improves its reliability. A mathematical model of the problem is a discrete backup multiextremal. In the work for solving redundancy uses a new method for accurate quadratic regularization. This method allows you to convert the original discrete problem to the maximization of multi vector norm on a convex set. This means that the diversity of the tasks given to the problem of redundancy maximize vector norm on a convex set. To solve the problem, a reformed straight-dual interior point methods. Currently, it is the best method for local optimization of nonlinear problems. There have been numerous comparative numerical experiments in problems with the number of redundant subsystems to one hundred. These experiments confirm the effectiveness of the method of precise quadratic regularization for solving problems of redundancy.

Keywords: backup system, optimization, multiextremal problems, the exact method of quadratic regularization.

Введение. Разработка сложных технических систем требует обеспечение высокой надежности их работы. Выход со строя таких систем связан со значительными экономическими потерями, часто с экологическими катаклизмами, а во многих случаях и с человеческими жертвами. Поэтому повышению надежности сложных систем уделяется много внимания, начиная с середины прошлого века [1]. Для анализа надежности систем используется теория вероятностей и случайные процессы, теория графов и дискретная математика. На этапе проектирования сложных технических систем возникают задачи оптимизации, требующие численного решения. Эти задачи оптимизации являются сложными для численного решения. Несмотря на большое число разработанных методов оптимизации, эти методы часто не позволяют находить наилучшие решения для данного класса задач. Это связано с тем, что задачи оптимизации надежности сложных систем являются многоэкстремальными, а большинство методом оптимизации гарантируют нахождения только ближайшего к начальному решения. Поэтому поиск эффективных методов оптимизации надежности сложных технических систем продолжается [2-4].

Цель работы. Показать, что метод точной квадратичной регуляризации, разработанный одним из авторов, является эффективным для решения задач оптимизации надежности сложных технических систем.

Материалы и результаты исследований. Сложную техническую систему можно представить схемой элементов, которые связаны между собой и образуют некоторый граф. Соединение элементов может быть последовательным, параллельным, последовательно-параллельным или произвольным. Надежность безотказной работы на протяжении заданного времени определяется надежностью элементов и их соединением в систему. Соединение элементов играет значительную роль, так как надежные системы могут быть построены из ненадежных элементов. Более того, при выходе со строя некоторых элементов техническое устройство может продолжать работу [5].

Часто элементами сложной системы являются простые устройства, которые не подлежат ремонту. Такие элементы часто встречаются в радиоэлектронных системах, автоматике, компьютерной технике, системах управления и других областях. Это накладывает дополнительные условия на проектирование надежных технических систем.

Для построения математической модели расчета надежности системы необходимо найти вероятность ее безотказной работы при известной надежности элементов и с учетом имеющихся связей между ними. Для многоэлементных систем это не простая задача [5]. Как правило, вероятность безотказной работы системы выражается многомерным полиномом через вероятности безотказной работы ее элементов. Например, для мостиковой схемы на рис. 1 вероятность безотказной работы равна

$$R_s = r_1r_4 + r_2r_5 + r_1r_2r_5 + r_2r_3r_4 - r_1r_3r_4r_5 - r_1r_2r_3r_5 - r_1r_2r_3r_4 - r_2r_3r_4r_5 - r_1r_2r_4r_5 + \\ +2r_1r_2r_3r_4r_5,$$

где r_i – вероятность безотказной работы i-го элемента.

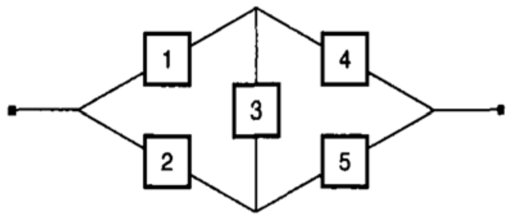

Рисунок 1 – Мостиковая схема

Для более сложных систем эта функция будет более сложной.

Интерес представляют системы, которые работоспособны при наличии не менее k работоспособных элементов. В этом случае, вероятность безотказной работы определяется формулой Бернулли

$$R_s = \sum_{i=k}^{n} C_n^i r^i (1-r)^{n-i},$$

где C_n^i – число комбинаций с n по i, а система состоит с одинаковых элементов.

После вычисления функции R_s строим оптимизационную задачу

$$\min\{\sum_{i=1}^{n} c_i r_i \mid R_s(r) \ge R_0, \sum_{i=1}^{n} w_i r_i \le W_0, 0 \le r_i \le 1, i = 1,...,n\},$$

где c_i – стоимость i-го элемента, w_i – вес i-го элемента, R_0 – требуемая вероятность безотказной работы, W_0 – ограничение по весу. Численное решение этой задачи позволит определить вероятность безотказной работы каждого элемента, которые обеспечат заданную вероятность безотказной работы системы с ограничением ее по весу и при этом стоимость ее будет минимальной. Сложность решения данной задачи связана с ограничением $R_s(r) \ge R_0$. Остальные ограничения линейные. Ограничение $R_s(r) \ge R_0$ определяет невыпуклую область, что делает данную задачу многоэкстремальной.

Часто высокая надежность системы определяется наличием резервных элементов. Например, к основному элементу параллельно подключаются резервные элементы. В таком случае, вероятности безотказной работы элементов считаются известными, а неизвестным является число резервных элементов. Для простой последовательной системы с постоянно включенными резервными элементами ограничение $R_s(r) \ge R_0$ приобретает вид

$$\prod_{i=1}^{n} (1-(1-r_i)^{x_i+1}) \ge R_0,$$

где x_i – количество резервных элементов к i-му основному элементу. В этом случае оптимизационная задача будет иметь вид

$$\min\{\sum_{i=1}^{n} c_i x_i \mid R_s(x) \ge R_0, \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \le W_0, x_i \ge 0, x_i \in N, i = 1,...,n\},$$

где N – множество целых чисел. Такая задача оптимизации является еще более сложной, так как она становится дискретной. Мы можем уйти от дискретности, вводя новое ограничение

$$\min\{\sum_{i=1}^{n} c_i x_i \mid R_s(x) \ge R_0, \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \le W_0, \sum_{i=1}^{n} (1-\cos(2\pi x_i)) \le 0, x_i \ge 0, i = 1,...,n\}. \quad (1)$$

Преобразованная задача является непрерывной, но добавленное ограничение является сложным.

Для решения рассмотренных задач использовался метод точной квадратичной регуляризации [6]. Он использует преобразование этих задач к максимизации евклидовой нормы вектора на выпуклом множестве. Например, последняя задача преобразуется к следующей

$$\max\{\|z\|^2 \mid \sum_{i=1}^{n} c_i x_i + s + (r-1)\|z\|^2 \le d, -R_s(x) + r\|z\|^2 + R_0 \le d,$$
$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \le W_0, \sum_{i=1}^{n}(1-\cos(2\pi x_i)) + r\|z\|^2 \le d, x_i \ge 0, i = 1,\dots,n\}, \quad (2)$$

где вектор z = (x, x_{n+1}). Преобразованная задача содержит два новых параметра s и r и две новых переменных x_{n+1} и d. Параметр r выбирается таким, чтобы допустимая область преобразованной задачи была выпуклой. Часто достаточно взять r ≥ 40. Параметр s должен удовлетворять условию

$$s \ge \|x^*\|^2 - \sum_{i=1}^{n} c_i x_i^*,$$

где x^* – решение задачи (1). В задаче (2) необходимо определить минимальное значение переменной d при котором допустимое множество задачи (2) не пусто и решение задачи (2) при заданном d удовлетворяет ограничению $r||z||^2 = d$. Учитывая, что это ограничение эквивалентно задаче

$$\max\{\|z\|^2 \mid r\|z\|^2 \le d\}$$

мы можем записать задачу (2) в виде

$$\max\{\|z\|^2 \mid \sum_{i=1}^{n} c_i x_i + s + (r-1)\|z\|^2 \le d, -R_s(x) + r\|z\|^2 + R_0 \le d,$$
$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \le W_0, \sum_{i=1}^{n}(1-\cos(2\pi x_i)) + r\|z\|^2 \le d, r\|z\|^2 \le d, x_i \ge 0, i = 1,\dots,n\}, \quad (3)$$

Таким образом, любая задача оптимизации надежности системы сводится к решению задачи (3). Задачу (3) решаем следующим образом. Определяем из решения выпуклой задачи

$$\min\{d \mid \sum_{i=1}^{n} c_i x_i + s + (r-1)\|z\|^2 \le d, -R_s(x) + r\|z\|^2 + R_0 \le d,$$
$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \le W_0, \sum_{i=1}^{n}(1-\cos(2\pi x_i)) + r\|z\|^2 \le d, r\|z\|^2 \le d, x_i \ge 0, i = 1,\dots,n\}, \quad (4)$$

минимально возможное d_0. Задача (4) эффективно решается прямо-двойственным методом внутренней точки [7]. В найденной точке проверяем условие $r||z||^2 = d$, если оно выполняется, то задача оптимизации надежности решена. В противном случае, решаем последовательность задач (3) при $d = d_0 + kh$, $k = 1, 2,…$, где h – величина шага изменения d. По мере приближения значения $r||z||^2 - d$ к нулю величина шага h уменьшается. Значение шага не может быть большим, так как необходимо найти минимальное значение d. Если условие $r||z||^2 = d$ выполняется не при минимальном значении d, то может быть получено локальное решение. Избежать этой ситуации позволяет смещение допустимой области задачи (3) вдоль биссектрисы положительного ортанта. Это смещение достигается линейной заменой переменных $x_i = y_i - q$, $i=1,…,n$ в исходной задаче, после чего используется точная квадратичная регуляризация. Доказано, что при соответствующем выборе параметра смещения q задача (3) становится одноэкстремальной.

Были проведены многочисленные эксперименты по решению задач оптимизации надежности с числом элементов до 100. Проводилось также сравнение данного метода с другими методами. Как показывает следующий пример, метод точной квадратичной регуляризации дает лучшие результаты. Исходные данные для примера наведены в табл. 1, где j – номер подсистемы с x_i количеством резервных элементов; r_i – надежность одного i-го резервного элемента в j-й подсистеме; c_i – стоимость одного i-го резервного элемента в j-й подсистеме; w_i – вес i-го элемента в j-й подсистеме. Результаты решения этой задачи наведено в табл. 2, где x_i – найденное количество резервных элементов в j-й подсистеме; R_s – найденное оптимальное значение надежности системы; C-SOMGA (Model 1) – решение задачи, которое получено при помощи самоорганизованного мигрирующего генетического алгоритма (модель 1); C-SOMGA (Model 2) – решение задачи, которое найденно при помощи самоорганизованного мигрирующего генетического алгоритма (модель 2); NESA – решение задачи, которое найдено при помощи неравновесного имитационного алгоритма отжига; FUZZY – решение задачи, которое найдено при помощи нечеткой глобальной оптимизации [8]; EQR – решение задачи, которое найдено при помощи метода точной квадратичной регуляризации.

Таблица 1 – Исходные данные для задачи оптимизации надежности

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
r_i	0.90	0.75	0.65	0.80	0.85	0.93	0.78	0.66	0.78	0.91	0.79	0.77	0.67	0.79	0.67
c_i	5	4	9	7	7	5	6	9	4	5	6	7	9	8	6
w_i	8	9	6	7	8	8	9	6	7	8	9	7	6	5	7

Таблица 2 – Результаты решения задачи оптимизации надежности

x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	R_s
C-SOMGA (Model 1)	3	4	5	3	3	2	4	5	4	3	3	4	5	5	5	0.9450
C-SOMGA (Model 2)	3	4	5	4	3	2	4	5	4	3	4	4	5	4	5	0.9563
NESA	3	4	5	3	3	2	4	5	4	3	3	4	5	5	5	0.9450
FUZZY	3	4	5	4	3	3	4	5	4	3	3	4	5	5	5	0.9552
EQR	5	6	7	6	5	5	6	7	6	5	6	6	7	6	7	0.9608

Вывод. В работе приведена постановка задачи оптимизации надежности неремонтопригодной технической системы, посредством вложения средств в увеличение надежности ее подсистем поэлементным резервированием. Для решения полученной задачи оптимизации использовался метод точной квадратичной регуляризации. Численные эксперименты показали его превосходство над существующими методами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Капур К. Надежность и проектирование систем /К. Капур, Л. Ламберзон; пер. с англ. Е.Г. Коваленко; под ред. И.А. Ушакова. – М.: Мир, 1980. – 610 с.
2. Kuo W. Optimal Reliability Modeling. Principles and Applications/ W. Kuo, M.J. Zuo.- JOHN WILEY & SONS, INC., 2003. – 561 p.
3. Gupta R. Penalty guided genetic search for redundancy optimization in multi-state series-parallel power system / R. Gupta, M. Agarwal // J. Comb. Optim., Vol. 12, 2006.- pp. 257–277.
4. P. Kumar P. Constrained Reliability Redundancy Optimization of Complex Systems using Genetic Algorithm / P. Kumar, D. K. Chaturvediand, G. L. Pahuja // MIT Int. J of Electrical and Instrumentation Engineering, Vol. 1, No. 1, 2011. - pp. 41-48.
5. Rausand M. SYSTEM RELIABILITY THEORY. Models, Statistical Methods and Applications. Second edition/ M. Rausand, A. Hoyland. - John Wiley & Sons, Inc., 2004. – 644 p.
6. Косолап, А. И. Глобальная оптимизация. Метод точной квадратичной регуляризации / А. И. Косолап. – Днепропетровск: ПГАСА, 2015. – 164 с.
7. Nocedal J. Numerical optimization / J. Nocedal, S. J.Wright. – Springer, 2006. – 685p.
8. Deep K. Reliability Optimization of Complex Systems through C-SOMGA/ K. Deep, Dipti //Journal of Information and Computing Science, 2009, Vol. 4, No. 3.- pp. 163-172.