2. Музикін М. І. Методи розрахунку уніфікованої маси вантажних поїздів на напрямках / М. І. Музикін, Г. І. Нестеренко, В. Л. Горобець // Вісник інженерної академії України. – Київ, 2015. – №4. – С. 187-193.
3. Нестеренко Г. І. Визначення параметрів вагонопотоків з навальними вантажами на залізницях України / Г. І. Нестеренко // Вісник Академії Митної служби України. Серія: «Технічні науки». – Дніпропетровськ, 2014. – № 1 (51). – С. 80-85.

УДК 629.439

ИНТЕГРАТИВНАЯ МОДЕЛЬ ПОДВЕШИВАНИЯ МАГНИТОЛЕВИТИРУЮЩЕГО ПОЕЗДА

В.А. Поляков[1], Н.М. Хачапуридзе[2]
[1]кандидат технических наук, старший научный сотрудник отдела динамики и прочности новых и нетрадиционных видов транспорта, Институт транспортных систем и технологий Национальной академии наук Украины, г. Днепр, Украина, e-mail: *p_v_a_725@mail.ru*
[2]кандидат технических наук, заместитель директора по научной работе, Институт транспортных систем и технологий Национальной академии наук Украины, г. Днепр, Украина, e-mail: *itst@westa-inter.com*

Аннотация. Объект исследования – подвешивание магнитолевитирующего поезда. Цель исследования – построение корректной модели этого подвешивания. Выявлены рациональные парадигмы исследования. Рассмотрены имеющиеся версии искомой модели. Описаны их достоинства и недостатки. Выбраны рациональные расчётные схемы элементов подвешивания. Принята интегративная парадигма. Введены адекватные допущения. Силы подвешивания найдены согласно закону Ампера.

Ключевые слова: магнитолевитирующий поезд, левитационное подвешивание, интегративная парадигма исследования.

INTEGRATIVE MODEL OF MAGNETICALLY LEVITATED TRAIN'S SUSPENSION

Vladislav Poljakov[1], Nikolay Khachapuridze[2]
[1]Ph.D. in Technical Science, Senior Research Assistant of Department of Dynamics and Strength of a New and Nonconventional Types of Transport, Institute of Transport Systems and Technologies of Ukraine's National Academy of Sciences, Dnepr, Ukraine, e-mail: *p_v_a_725@mail.ru*
[2]Ph.D. in Technical Science, Deputy Director for Science, Institute of Transport Systems and Technologies of Ukraine's National Academy of Sciences Dnepr, Ukraine, e-mail: *itst@westa-inter.com*

Abstract. A magnetically levitated train's suspension is the research object. The aim of the study is to build a correct model of this suspension. The rational research paradigms have been revealed. The existing versions of the required model have been considered. Their advantages and disadvantages have been described. The rational design schemes of suspension elements have been selected. The integrative paradigm has been adopted. Adequate assumptions have been entered. Suspension forces found according to Ampere's law.

Keywords: magnetically levitated train, levitation suspension, integrative paradigm of research.

Введение. Токи и поля контуров левитационного узла (ЛУ) магнитолевитирующего поезда (МЛП) – компоненты единого электромагнитного субпроцесса гиперпроцесса электромеханического преобразования энергии. Моделирование этих компонентов вполне возможно [1] в рамках парадигм теорий электрических цепей и электромагнитного поля. Поэтому существующие версии математической модели подвешивания (ММП) МЛП построены [1 – 3] исходя из упомянутых парадигм.

Цель работы. Каждая из имеющихся версий ММП МЛП обладает преимуществами и недостатками. Их общая положительная черта – достаточная функциональность. Основной же имманентный недостаток таких версий – нестационарность дифференциальных уравнений, вызванная циклической переменностью их коэффициентов, соответствующих собственным и взаимным индуктивностям дискретных путевых контуров (ДПК) ЛУ как между собой, так и со сверхпроводящими поездными контурами (СПК), в зависимости от положения поезда. Это существенно затрудняет решение задач описываемой динамики [4], радикально снижая практическую ценность версий модели. Изложенное выявляет [5 – 7] актуальность создания интегративной модели подвешивания (ИМП) МЛП, ассимилирующей достоинства имеющихся версий модели и максимально свободной от их недостатков. Построение такой ИМП – основная задача работы.

Материал и результаты исследования. Электромеханическое энергопреобразование ЛУ МЛП осуществляется в процессе взаимодействия полей токов СПК и ДПК. Поэтому паттерном левитационной силы (ЛС) поезда является взаимодействие тока элемента СПК с полем токов ДПК. Такое взаимодействие может быть описано выражением закона Ампера [8]:

$$f_{\lambda\chi} = l_{\lambda\chi} \cdot i^{\lambda\chi} \cdot B_{\lambda\chi} \cdot Sin\,\alpha_{\lambda\chi}, \tag{1}$$

где $f_{\lambda\chi}$ – сила, действующая на χ-ый элемент λ-го СПК; $l_{\lambda\chi}, i^{\lambda\chi}, B_{\lambda\chi}, \alpha_{\lambda\chi}$ – длина элемента, ток в нём, индукция поля, в котором элемент находится, а также угол между $\overline{i^{\lambda\chi}}$ и $\overline{B_{\lambda\chi}}$.

Расчётные схемы СПК и секций ДПК приняты, соответственно, в виде наборов гальванически не связанных проводящих прямоугольных рамок, а также пар идентичных прямоугольных катушек, соединённых согласно нуль-поточной схеме [1]. Тогда ЛС поезда определима как векторная сумма величин $\overline{f_{\lambda\chi}}\ \forall\lambda\in[\overline{1,N}],\chi\in[\overline{1,4}]$, каждая из которых, – это результат взаимодействия тока одного из элементов СПК с полем токов взаимодействующих с ним ДПК. В последнем выражении, N – число упомянутых СПК. Динамика электромагнитного компонента такого взаимодействия определяется уравнениями второго закона Кирхгофа [8]. Подсистема “СПК – ДПК”, как правило, вырождена [6] – ёмкостные показатели её элементов пренебрежимо низки. Потому, в инерциальной системе отсчёта $Q\varepsilon^{\rho}\ \ \forall\rho\in[\overline{(\chi_\lambda-\mathrm{E}),(\chi_\lambda+\mathrm{E})}]$, модель электромагнитного компонента взаимодействия λ-го СПК с учитываемыми (в этом взаимодействии) ДПК имеет вид [8, 9]:

$$\sigma_{\rho\lambda}=L_{\rho\rho}\cdot\frac{d}{dt}i^{\rho}+L_{\rho\mu}\cdot\frac{d}{dt}i^{\mu}+r_{\rho}\cdot i^{\rho}\ \forall\ \rho,\mu\in[\overline{(\chi_\lambda-\mathrm{E}),(\chi_\lambda+\mathrm{E})}]; \qquad (2)$$

$$\sigma_{\rho\lambda}=\sigma^{u}_{\rho\lambda}-\sigma^{l}_{\rho\lambda};\ \sigma^{\kappa}_{\rho\lambda}=-\frac{d}{dt}\left(M^{\kappa}_{\rho\lambda}\cdot i^{\lambda}_{s}\right)$$
$$\forall\ \rho\in[\overline{(\chi_\lambda-\mathrm{E}),(\chi_\lambda+\mathrm{E})}],\kappa=u\vee\kappa=l, \qquad (3)$$

где $\sigma^{\kappa}_{\rho\lambda}\ \forall\ \rho\in[\overline{(\chi_\lambda-\mathrm{E}),(\chi_\lambda+\mathrm{E})}],\kappa=u\vee\kappa=l$ – электродвижущие силы (э. д. с.), индуцируемые в катушках ρ-го ДПК при изменениях сцеплений с их подконтурами потока тока i^{λ}_{s} цепи λ-го СПК; $L_{\rho\rho},L_{\rho\mu},r_{\rho}$ $\forall\ \rho,\mu\in[\overline{(\chi_\lambda-\mathrm{E}),(\chi_\lambda+\mathrm{E})}]$ – собственные и взаимные индуктивности, а также активные сопротивления ДПК; χ_λ – номер (от начала участка трассы, вдоль которого происходит движение МЛП) последнего ДПК, поперечную осевую линию которого миновала поперечная осевая линия λ-го СПК; E – половина числа ДПК, с которыми учитывается электромагнитное взаимодействие каждого СПК; $i^{\rho},i^{\mu}\ \forall\ \rho,\mu\in[\overline{(\chi_\lambda-\mathrm{E}),(\chi_\lambda+\mathrm{E})}]$ – токи ДПК; $M^{\kappa}_{\rho\lambda}$ $\forall\ \rho\in[\overline{(\chi_\lambda-\mathrm{E}),(\chi_\lambda+\mathrm{E})}],\ \kappa=u\vee\kappa=l$ – взаимные индуктивности между λ-ым СПК и катушками взаимодействующих с ним ДПК; t – текущее время.

Благодаря принятым конструкционным мерам [1], значения i^{λ}_{s} изменяются достаточно медленно и, на интервалах, соизмеримых со временем наблюдения движения поезда, могут считаться равными между собой и постоянными

$$i^{\lambda}_{s}=i_{s}=const\ \ \forall\,\lambda\in[\overline{1,\mathrm{K}}], \qquad (4)$$

где K – число СПК, установленных на МЛП.

Значение же E целесообразно выбирать так, чтобы по обеим сторонам от каждого λ-го СПК в ДПК, предшествующих, а также следующих за учитываемыми, величины $\sigma^{\kappa}_{\rho\lambda}\ \forall\,\rho<\chi_\lambda-\mathrm{E}\vee\rho>\chi_\lambda+\mathrm{E},\ \kappa=u\vee\kappa=l$, даже в неравновесном состоянии ЛУ, были бы пренебрежимо малы.

Поскольку СПК движутся относительно ДПК, то величины $L_{\rho\rho},L_{\rho\mu},M^{\kappa}_{\rho\lambda}$ $\forall\,\rho,\mu\in[\overline{(\chi_\lambda-\mathrm{E}),(\chi_\lambda+\mathrm{E})}],\ \lambda\in[\overline{1,\mathrm{K}}],\ \kappa=u\vee\kappa=l$ имеют циклически изменяющиеся во времени значения. Это, в свою очередь, приводит к нестационарности коэффициентов уравнений (2), (3) и, как отмечено, существенно снижает практическую ценность версии модели. С целью устранения указанного недостатка, реализацию слагающих ЛС МЛП следует рассматривать относительно координатных систем, в каждой из которых рассматриваемый СПК и учитываемые во взаимодействии с ним ДПК условно взаимно неподвижны. В таком качестве, удобнее всего принять [5] отсчётные системы $C_\lambda\eta^\mu\ \forall\,\lambda\in[\overline{1,\mathrm{K}}],\mu\in[\overline{1,3}]$, каждая из которых жёстко связана с λ-ым СПК. Инерциальными $C_\lambda\eta^\mu\ \forall\,\lambda\in[\overline{1,\mathrm{K}}],\mu\in[\overline{1,3}]$, в общем случае, не являются. В то же время, весьма желательно [10], чтобы уравнения, описывающие динамику электромагнитного компонента взаимодействия СПК с ДПК, имели тензорный характер. Такие уравнения могут быть получены [11], из равенств типа (2) путём замены в них локальных производных $\frac{d}{dt}$ абсолютными $\frac{D}{dt}$, а также перехода в модели (2), (3) к координатам $\eta^\mu_\lambda\ \forall\,\mu\in[\overline{1,3}]$. По отношению к произвольному вектору η^τ_α, соотношение между упомянутыми производными, как известно, имеет вид [11]:

$$\frac{D}{dt}\eta^\tau_\alpha=\frac{d}{dt}\eta^\tau_\alpha+e_{\tau\alpha\nu}\cdot\omega_\alpha\cdot\eta^\nu_\alpha \qquad (5)$$

где $e_{\tau\alpha\nu},\omega_\alpha$ - символ Леви-Чивита, а также вектор угловой скорости вращения триэдра $C_\alpha\eta^\mu\ \forall\,\mu\in[\overline{1,3}]$.

После указанной замены, соотношения, полученные из (2), приобретают тензорный характер. Поэтому, в частности, их форма становится инвариантной по отношению к координатам, в которых они записаны. Переход же к координатам $\eta^\mu_\alpha\ \forall\,\mu\in[\overline{1,3}]$ осуществим согласно выражениям:

$$\eta^\mu_\alpha=\vartheta^\mu_\rho\cdot\varepsilon^\rho\ \ \forall\ \rho\in[\overline{(\chi_\alpha-\mathrm{E}),(\chi_\alpha+\mathrm{E})}];\mu\in[\overline{1,3}], \qquad (6)$$

где ϑ_{ρ}^{μ} – матрица преобразования координат:

$$\vartheta_{\rho}^{\mu} = \frac{\partial \eta_{\alpha}^{\mu}}{\partial \varepsilon^{\rho}} \forall \rho \in [\overline{(\chi_{\alpha} - \mathrm{E}), (\chi_{\alpha} + \mathrm{E})}]; \mu \in [\overline{1,3}]. \qquad (7)$$

При этом на оси $\eta_{\alpha}^{\mu} \, \forall \, \mu \in [\overline{1,3}]$ и $\varepsilon^{\rho} \, \forall \, \rho \in [\overline{(\chi_{\alpha} - \mathrm{E}), (\chi_{\alpha} + \mathrm{E})}]$ могут, естественно, проецироваться любые векторные величины, характеризующие электродинамику взаимодействия СПК и ДПК в системах отсчёта соответственно $C_{\alpha}\eta^{\mu} \, \forall \, \mu \in [\overline{1,3}]$ и $Q\varepsilon^{\rho} \, \forall \, \rho \in [\overline{(\chi_{\alpha} - \mathrm{E}), (\chi_{\alpha} + \mathrm{E})}]$. В частности, ими могут быть векторы токов, э. д. с. и индукции полей.

Выражения для связей вида

$$\eta_{\alpha}^{\mu} = \eta_{\alpha}^{\mu}(\varepsilon^{\rho}) \forall \rho \in [\overline{(\chi_{\alpha} - \mathrm{E}), (\chi_{\alpha} + \mathrm{E})}]; \mu \in [\overline{1,3}] \qquad (8)$$

могут быть получены исходя из того, что [5], в процессе описываемого координатного преобразования, его инвариантами являются амплитуды токов в рассматриваемых контурах, а также их э. д. с.

С помощью же матрицы

$$\vartheta_{\mu}^{\rho} = \frac{\partial \varepsilon^{\rho}}{\partial \eta_{\alpha}^{\mu}} = (\vartheta_{\rho}^{\mu})^{T} \ \forall \rho \in [\overline{(\chi_{\alpha} - \mathrm{E}), (\chi_{\alpha} + \mathrm{E})}]; \mu \in [\overline{1,3}], \qquad (9)$$

осуществимо обратное преобразование

$$\varepsilon^{\rho} = \vartheta_{\mu}^{\rho} \cdot \eta_{\alpha}^{\mu} \ \forall \ \rho \in [\overline{(\chi_{\alpha} - \mathrm{E}), (\chi_{\alpha} + \mathrm{E})}]; \mu \in [\overline{1,3}]. \qquad (10)$$

В выражениях (3) для $\sigma_{\rho\lambda}^{\kappa} \, \forall \, \rho \in [\overline{(\chi_{\lambda} - \mathrm{E}), (\chi_{\lambda} + \mathrm{E})}], \ \kappa = u \vee \kappa = l$, значения величин $M_{\rho\lambda}^{\kappa} \, \forall \, \rho \in [\overline{(\chi_{\lambda} - \mathrm{E}), (\chi_{\lambda} + \mathrm{E})}], \kappa = u \vee \kappa = l$ существенно зависят, в частности, от взаимного расположения рассматриваемого λ-го СПК и ДПК, взаимодействие с которыми для него рассматривается. Поэтому имеют место, в частности, зависимости вида

$$M_{\rho\lambda}^{\kappa} = M_{\rho\lambda}^{\kappa}(w_{\lambda}) \, \forall \, \rho \in [\overline{(\chi_{\lambda} - \mathrm{E}), (\chi_{\lambda} + \mathrm{E})}], \kappa = u \vee \kappa = l, \qquad (11)$$

где w_{λ} – координата, определяющая текущее положение рассматриваемого λ-го СПК относительно начала отсчёта движения МЛП вдоль оси пути.

При этом, поскольку ДПК вдоль трассы движения поезда располагаются регулярно, последние зависимости имеют гармонический характер. В то же время, современные способы измерения позволяют [12] экспериментально-расчётными методами со вполне приемлемой точностью определять значения взаимных индуктивностей контуров магнитосвязанных электрических цепей при различном текущем их пространственном взаиморасположении. Это, в свою очередь, позволяет, используя упомянутые методы, поточечно строить искомые зависимости (11) на требуемой сетке w_λ. Далее, с использованием методов, например, полиноминальной регрессии [13], реализация которых доступна в ряде современных систем компьютерной математики (например, Mathematica), зависимостям вида (11) может, с сохранением достаточно высокой точности содержания, быть придана форма аналитических выражений. Помимо того, с учётом равенств (4), выражения (3) могут быть преобразованы к виду

$$\sigma_{\rho\lambda} = \sigma^u_{\rho\lambda} - \sigma^l_{\rho\lambda};\ \sigma^\kappa_{\rho\lambda} = -i_s \cdot \dot{w}_\lambda \cdot \frac{d}{dw_\lambda} M^\kappa_{\rho\lambda}$$
$$\forall\, \rho \in [\overline{(\chi_\lambda - \mathrm{E}),(\chi_\lambda + \mathrm{E})}],\, \kappa = u \vee \kappa = l\,, \tag{12}$$

где $\dot{w}_\lambda$ – скорость продольного (вдоль касательной к оси) движения рассматриваемого λ-го СПК относительно пути. Значения $\frac{d}{dw_\lambda} M^\kappa_{\rho\lambda}$ $\forall\, \rho \in [\overline{(\chi_\lambda - \mathrm{E}),(\chi_\lambda + \mathrm{E})}]$, $\kappa = u \vee \kappa = l$ для подстановки в выражения (12) могут быть получены с использованием, созданных описанным путём в форме аналитических выражений, зависимостей вида (11). Таким образом, каждый из λ векторов $\overline{\sigma_{\rho\lambda}}$ $\forall\, \rho \in [\overline{(\chi_\lambda - \mathrm{E}),(\chi_\lambda + \mathrm{E})}]$ оказывается определёнными в системе отсчёта $Q\varepsilon^\rho$ $\forall\, \rho \in [\overline{(\chi_\lambda - \mathrm{E}),(\chi_\lambda + \mathrm{E})}]$. Далее, с использованием соотношений вида (6) – (8), каждый такой вектор может быть определён в системе $C_\lambda \eta^\mu$ $\forall\, \mu \in [\overline{1,3}]$ своими проекциями $\sigma_{\mu\lambda} \forall \mu \in [\overline{1,3}]$.

После преобразований, уравнения, полученные из (2) и (3) путём их трансформации в триэдр $C_\lambda \eta^\mu$ $\forall\, \mu \in [\overline{1,3}]$ с использованием соотношений (5) и (6), приобретают вид

$$\sigma_{\mu\lambda} = L_{\mu\mu} \cdot \left(\frac{d}{dt} i^\mu + e_{\mu\lambda\nu} \cdot \omega_\lambda \cdot i^\nu \right) + L_{\mu\tau} \cdot \left(\frac{d}{dt} i^\tau + e_{\tau\lambda\theta} \cdot \omega_\lambda \cdot i^\theta \right) + r_\mu \cdot i^\mu$$
$$\forall\, \mu, \nu,\, \tau, \theta \in [\overline{1,3}]; \tag{13}$$
$$\sigma_{\mu\lambda} = \vartheta^\mu_\rho \cdot \sigma_{\rho\lambda}\ \forall\ \rho \in [\overline{(\chi_\lambda - \mathrm{E}),(\chi_\lambda + \mathrm{E})}]; \mu \in [\overline{1,3}]$$

$$\sigma_{\rho\lambda} = \sigma^{u}_{\rho\lambda} - \sigma^{l}_{\rho\lambda};\ \sigma^{\kappa}_{\rho\lambda} = -i_s \cdot \dot{w}_\lambda \cdot \frac{d}{dw_\lambda} M^{\kappa}_{\rho\lambda}$$
$$\forall\, \rho \in [\overline{(\chi_\lambda - \mathrm{E}), (\chi_\lambda + \mathrm{E})}],\ \kappa = u \vee \kappa = l\,. \qquad (14)$$

Уравнения (13) имеют постоянные коэффициенты, являются тензорными и описывают токовую динамику ЛУ МЛП в координатах $i^{\mu}\ \forall\, \mu \in [\overline{1,3}]$. После их (как правило – численного) разрешения относительно переменных $i^{\mu}\ \forall\, \mu \in [\overline{1,3}]$, последние, с использованием соотношений (10), могут быть преобразованы в координаты $i^{\rho}\ \forall\, \rho \in [\overline{(\chi_\lambda - \mathrm{E}), (\chi_\lambda + \mathrm{E})}]$, значения которых определяют реальные токи в цепях ДПК.

Магнитная цепь ЛУ предполагается ненасыщенной [1]. Поэтому она может считаться условно-линейной подсистемой и, следовательно, к ней применим принцип аддитивности. Исходя из этого, результирующее поле ДПК в любой точке геометрического пространства $\mathrm{O}\Xi_\gamma\ \forall\, \gamma \in [\overline{1,3}]$, в котором реально движется СПК относительно ДПК, может описываться как сумма полей, создаваемых в этой точке отдельными модулями ДПК:

$$B_{\gamma\lambda} = B_{\gamma\rho\lambda} \cdot e^{\rho};\ e^{\rho} = 1;\ \forall \rho \in [\overline{(\chi_\lambda - E), (\chi_\lambda + E)}],\ \gamma \in [\overline{1,3}], \qquad (15)$$

где $B_{\gamma\lambda}, B_{\gamma\rho\lambda}\ \forall\, \rho \in [\overline{(\chi_\lambda - E), (\chi_\lambda + E)}], \gamma \in [\overline{1,3}]$ – пространственные компоненты индукции поля, создаваемого всеми (учитываемыми во взаимодействии с λ-ым СПК) модулями ДПК, а также отдельными такими модулями в рассматриваемой точке этого пространства. В свою очередь, значения компонентов $B_{\gamma\beta\lambda}\ \forall\, \gamma \in [\overline{1,3}]$ для каждого β-ого модуля ДПК, определимы выражениями

$$B_{\gamma\beta\lambda}(i^{\beta}) = B^{u}_{\gamma\beta\lambda}(i^{\beta}) - B^{l}_{\gamma\beta\lambda}(i^{\beta})\ \forall\, \gamma \in [\overline{1,3}], \qquad (16)$$

где $B^{\kappa}_{\gamma\beta\lambda}\ \forall\, \gamma \in [\overline{1,3}], \kappa = u \vee \kappa = l$ – пространственные компоненты индукции поля токов катушек β-го ДПК (взаимодействующего с λ-ым СПК). Выражения для определения значений $B^{\kappa}_{\gamma\rho\lambda}(i^{\rho})\ \forall\, \rho \in [\overline{(\chi_\lambda - E), (\chi_\lambda + E)}],\ \gamma \in [\overline{1,3}]$, $\kappa = u \vee \kappa = l$ получены в [14]. Далее, в соотношения вида (16) последовательно подставляются значения токов $i^{\rho}\ \forall\, \rho \in [\overline{(\chi_\lambda - \mathrm{E}), (\chi_\lambda + \mathrm{E})}]$ и, таким образом, находятся значения $B_{\gamma\rho\lambda}\ \forall\, \rho \in [\overline{(\chi_\lambda - E), (\chi_\lambda + E)}], \gamma \in [\overline{1,3}]$, а затем по ним, согласно (15), – и $B_{\gamma\lambda}\ \forall \gamma \in [\overline{1,3}]$.

Поскольку пространство системы $O\Xi_{\gamma}\ \forall\gamma\in[\overline{1,3}]$ – евклидово, то, исходя из его метрики, мгновенное значение модуля вектора полной индукции поля, создаваемого токами ДПК, взаимодействующих с λ-ым СПК, может быть определено выражением

$$B_{\lambda}=\sqrt{B_{\gamma\lambda}^{(2)}\cdot e^{\gamma}};\ e^{\gamma}=1\ \forall\gamma\in[\overline{1,3}]. \qquad (17)$$

Выводы. Создана интегративная парадигма моделирования подвешивания МЛП, ассимилирующая достоинства теорий цепей и поля, но свободная от их недостатков. Построена ИМП МЛП, не имеющая дефектов предыдущих версий модели. Этим исчерпывающе решена задача настоящей части исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Высокоскоростной магнитный транспорт с электродинамической левитацией / В. А. Дзензерский, В. И. Омельяненко, С. В. Васильев, В. И. Матин, С. А. Сергеев – К.: Наук. думка, 2001. – 479 с.

2. Бочаров В. И. Транспорт на сверхпроводящих магнитах / В. И. Бочаров, И. С. Салли, В. А. Дзензерский – Ростов-на-Дону.: Изд-во РГУ, 1988 – 152 с.

3. Takahashi T. Suspension characteristics of magnetically suspended high-speed trains / Takahashi, K. Okuyama // Hitachi Review – 1972. – 21, № 8. – P. 59 – 66.

4. Takano I. Characteristics of magnetic levitation for high-speed trains / I. Takano // Proc. 4-th Int. Cryog. Eng. Conf. – Eindhoven, 1972. – P. 188 – 190.

5. Электрические машины (специальный курс) / Г. А. Сипайлов, Е. В. Кононенко, К. А. Хорьков – М.: Высш. шк., 1987. - 287 с.

6. Львович А. Ю. Электромеханические системы / А. Ю. Львович – Л.: Изд-во ЛГУ, 1989. – 296 с.

7. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин / И. П. Копылов – М.: Высш. шк., 2001. – 327 с.

8. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи / Л. А. Бессонов – М.: Высш. шк., 1996. – 578 с.

9. Арменский Е. В. Единая теория электрических машин / Е. В. Арменский, И. В. Кузина – М.: Изд-во Московск. ин-та электрон. машиностроен., 1975. – 256 с.

10. Крон Г. Применение тензорного анализа в электротехнике / Г. Крон – М., Л.: Госэнергоиздат, 1955. – 275 с.

11. Рашевский П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ / П. К. Рашевский – М.: Наука, 1967. – 644 с.

12. Панфилов В. А. Электрические измерения / В. А. Панфилов – М.: Издат. дом "Академия", 2006. – 288 с.

13. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Е. Корн – М.: Наука, 1973. – 831 с.

14. Бирюков В. А. Магнитное поле прямоугольной катушки с током / В. А. Бирюков, В. А. Данилов // Журнал технической физики. – 1961. – Т. XXXI, № 4. – С. 428 – 435.