

**Міністерство освіти і науки України
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ»**



МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра основ конструювання механізмів і машин

НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ
Збірник задач до виконання аудиторних і домашніх завдань
для студентів напряму підготовки 6.050301 Гірництво

Дніпропетровськ
НГУ
2013

«Нарисна геометрія». Збірник задач до виконання аудиторних і домашніх завдань студентами напряму підготовки 6.050301 Гірництво/ О.С.Жовтяк, Т.С.Савельєва - Д.: НГУ, 2013. – 55 с.

Подано збірник задач до виконання аудиторних і домашніх завдань з дисципліни «Нарисна геометрія» в освітньо-кваліфікаційній програмі підготовки фахівців напряму підготовки 6.050301 Гірництво.

Відповідальний за випуск завідувач кафедру основ конструювання механізмів і машин, канд. техн. наук, доцент К.А. Зіборов.

Вступ

Збірник задач складено відповідно до змісту курсу лекцій з нарисної геометрії, що викладається для студентів першого курсу з напрямку навчання «Гірництво». Задачі поділені на такі, що вирішуються студентами на практичних заняттях під керівництвом викладача і такі, що вирішуються студентами самостійно, як домашнє завдання в окремому зошиті. Одна із задач для домашнього рішення, яка позначена значком $\ast$, виконується з письмовим поясненням. Обов'язково давати словесну умову кожної задачі, а потім рішення. Графічні рішення виконуються з використанням олівця, лінійки і циркуля. Бажано користуватись кольоровими олівцями. В цьому випадку графічну умову виконують простим олівцем, допоміжні побудови – синім, а результат червоним олівцем. Розмір рисунка повинен займати не менше половини сторінки зошита. Всі позначення давати відповідно до прийнятих в нарисній геометрії, чітко і стандартним шрифтом. Рішення домашніх задач виконувати вчасно після проходження теми на практичних заняттях. Зошит з рішеннями пред'являти викладачеві на кожному практичному занятті.

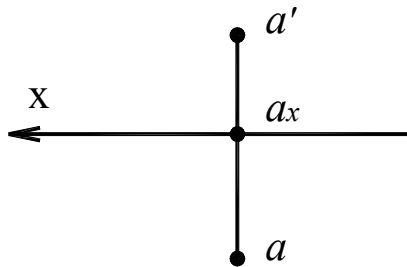
1. Проектування точки на дві і три площини проекцій

1.1. Побудувати на епюрі точку A , довільно розташовану в II чверті, точку B - в III чверті, точку C - в IV чверті.

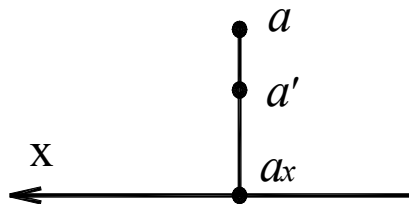
1.2. Побудувати епюр точки A , розташованої в I чверті, на відстані 10 одиниць від площини H і 30 одиниць від площини V .

1.3. Побудувати епюр точки B , розташованої в IV чверті, на відстані 30 одиниць від площини H і 20 одиниць від площини V .

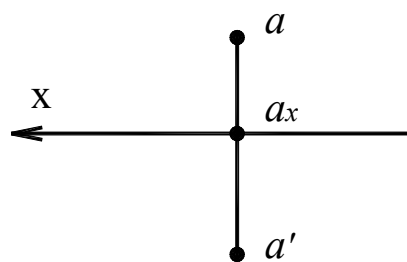
1.4. Даний епюр точки A . Побудувати точку B , симетричну точці A щодо площини проекцій V .



1.5. Даний епюр точки A . Побудувати точку C , симетричну точці A щодо площини проекцій V .



1.6. Даний епюр точки A . Побудувати точку B , симетричну точці A щодо осі OX .

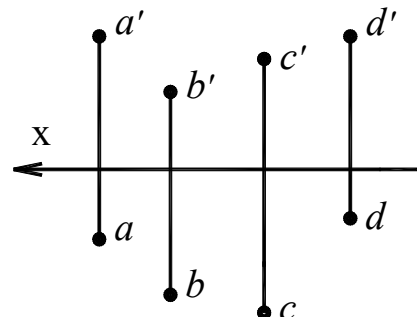


1.7. Задані точки A, B, C, D . Побудувати:

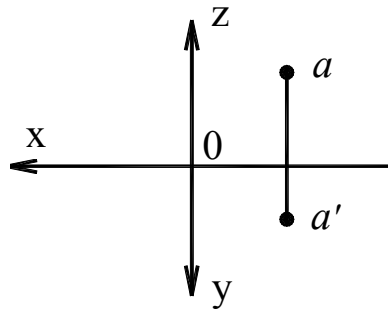
1) точку E , розташовану під точкою A на 15 одиниць;

2) точку N , розташовану над точкою B на 20 одиниць;

3) точку K , розташовану перед точкою D на 25 одиниць.



1.8. Визначити координати точки A та її відстань до осі OY .



1.9. Побудувати епюр точки A по її координатах: $X = 20, Y = -15, Z = 30$.

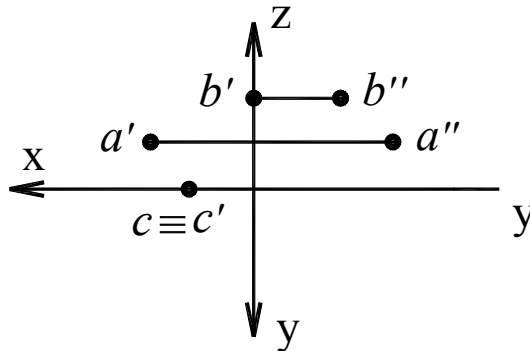
1.1. Побудувати епюр точки B по її координатах: $X = 20, Y = -25, Z = -20$. Визначити її відстань до осі OY , до точки O .

1.2. Побудувати проекції точок, що мають координати: $A(20,15,25); B(30,15,0); C(0,20,0)$. Як розташовані ці точки щодо площин проекцій?

1.3. Побудувати епюр точки A , розташованої в IV октанті, на відстані 30 одиниць від площини W .

1.4. Побудувати проекції точок, що мають координати: $D(0,20,30); E(0,0,35)$. Визначити відстань точки D до точки O .

1.5. По двом даним побудувати треті проекції точок A, B, C .



Задачі для самостійного рішення

1. Побудувати проекції точки A , що перебуває в першому, у другому, у третьому і у четвертому октантах. Дати її епюри.

2. Побудувати епюр довільної точки A , що перебуває в другій чверті простору і віддаленої від горизонтальної площини проекцій на 32 мм, від фронтальної площини проекцій - на 18 мм.

4. Побудувати епюри точки A , якщо:

а) точка розташована в IV чверті та $z = 0, y \neq 0, x \neq 0$;

б) точка розташована в II чверті та $y = 0; x \neq 0, z \neq 0$;

в) точка розташована в III чверті та $x = 0, y \neq 0, z \neq 0$.

5.)* Побудувати епюри точки A , якщо:

а) $z = 0, x = 0, y \neq 0$; б) $x = 0, y = 0, z \neq 0$; в) $y = 0, z = 0, x \neq 0$.

6. Побудувати епюри точки по їхніх координатах:

а) точка $A : x = 15, y = -24, z = 15$;

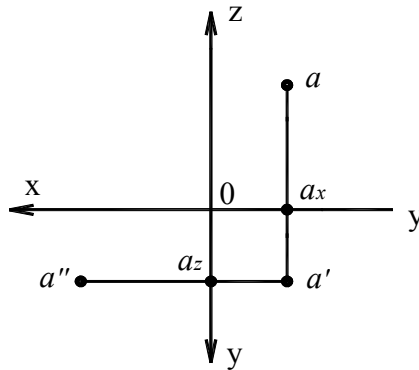
б) точка $B : x = 20, y = 10, z = -30$;

в) точка $C : x = -10, y = -15, z = -25$;

Задачі, помічені значком *)*, вирішувати з письмовим поясненням

Приклад рішення задачі з поясненням.

Задача. Дана точка $A (-15, -24, -15)$. Побудувати епюр точки B , симетричної точці A щодо площин проекцій: горизонтальної, фронтальної і профільної.



Розв'язання. Виходячи з від'ємних координат x, y, z точки A , можна зробити висновок, що точка розташована в сьомому октанті. Будуємо епюр точки A . Відкладаємо на від'ємній осі OX відрізок Oax довжиною 15 мм (x) і проводимо пряму перпендикулярну осі OX . Відкладаємо на ній відрізок вгору axa довжиною 24 мм (y) і вниз axa' довжиною 15 мм (z). Потім проводимо через точку a' пряму перпендикулярну осі OZ і відкладаємо вліво відрізок aza'' довжиною 24 мм (y).

1. Точка B , симетрична точці A щодо горизонтальної площини проекцій, знаходиться в шостому октанті, тобто $B (-15, -24, 15)$. Відкладаємо на перпендикулярі вгору відрізок axb довжиною 24 мм (y) і axb' довжиною 15 мм (z) і потім знаходимо профільну проекцію точки B (рис.1 а).

2. Точка B , симетрична точці A щодо фронтальної площини проекцій, знаходиться у восьмому октанті, тобто $B (-15, 24, -15)$. Побудувавши, як і вище, епюр точки A , відкладаємо на перпендикулярі вниз відрізки axb довжиною 24 мм (y) і axb' довжиною 15 мм (z). Потім, провівши через точку b' перпендикулярну осі OZ пряму, відкладаємо на ній вправо відрізок azb'' довжиною 24 мм (y) (рис.1 б).

3. Точка B , симетрична точці A щодо профільної площини проекцій, знаходиться в третьому октанті, тобто $B (15, -24, -15)$. Побудувавши, як і вище, епюр точки A , відкладаємо на додатній осі OX відрізок Obx довжиною 15 мм (x) і, провівши через точку b_x пряму перпендикулярну осі OX , відкладаємо на ній відрізки вгору bxb довжиною 24 мм (y) і вниз bxb' довжиною 15 мм (z). Потім знаходимо профільну проекцію b'' точки B (рис.1 в).

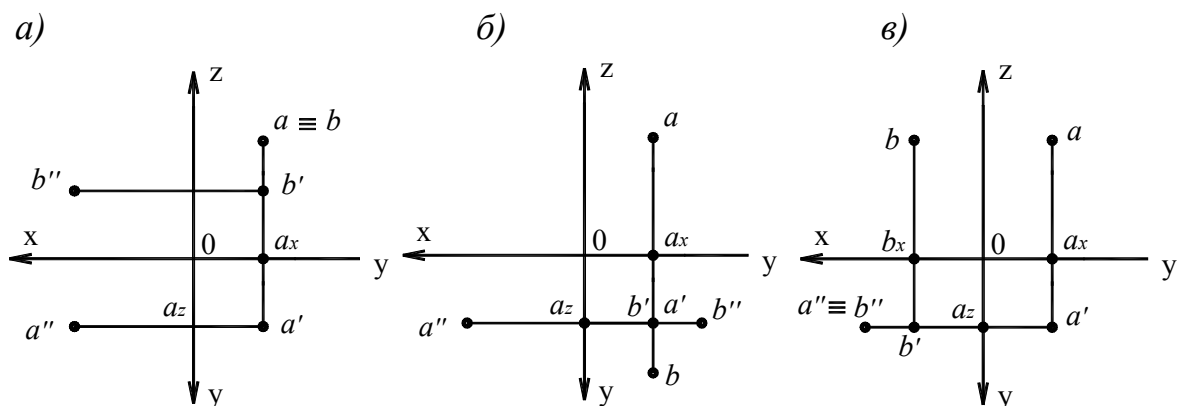


Рис.1.

2. Проектування прямої.

2.1. Побудувати епюри прямих загального положення, розташованих в I, II, III і IV чвертях.

2.2. Побудувати епюри прямих паралельних площині H , прямих паралельних площині V і розташованих в I, II, III, IV чвертях.

2.3. Побудувати епюри прямих приналежних площині H , приналежних площині V , приналежних площині W .

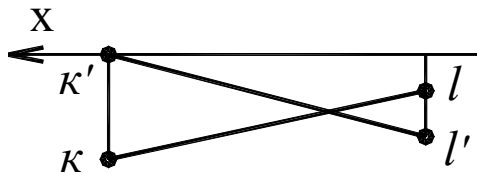
2.4. Побудувати епюри прямих перпендикулярних площині H , перпендикулярних площині V , перпендикулярних площині W .

2.5. Побудувати епюр відрізка CD загального положення в другій чверті, у якого точка C лежить на осі OX , а точка D рівновіддалена від площин H і V .

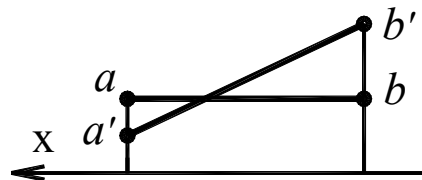
2.6. Побудувати епюр відрізка AB загального положення в I чверті, у якого точка A лежить на осі OY , а точка B - у площині V і рівновіддалена від площин H і W .

2.7. По епюру визначити положення прямих щодо площин H , V , W .

a)



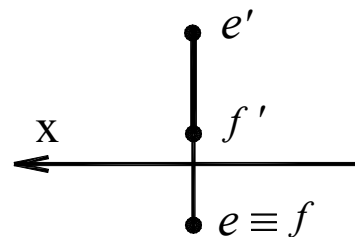
б)



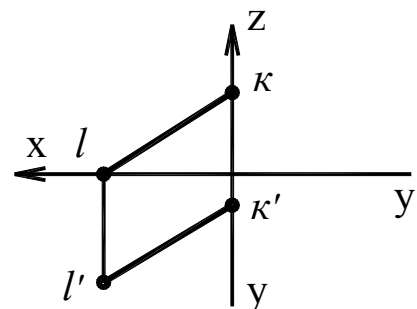
в)



г)



2.8. Визначити положення прямої KL і точок K і L . Побудувати профільну проекцію прямої KL .



2.9. Побудувати на епюрі проекції точок:

C - приналежну прямій AB ;

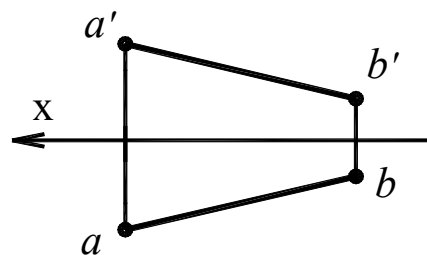
D - не приналежну AB ;

E - розташовану над AB ;

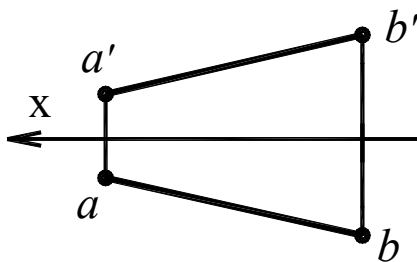
F - розташовану під AB ;

K - розташовану перед AB ;

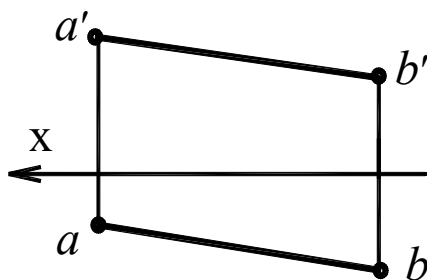
L - розташовану за AB .



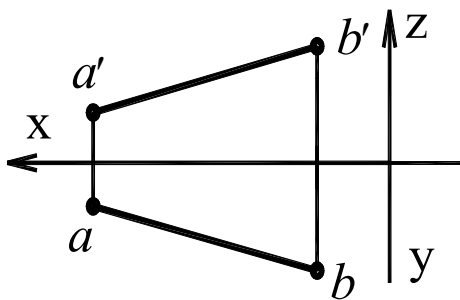
2.10. Розділити проекції відрізка AB точкою C у співвідношенні $AC : BC = 2:3$.



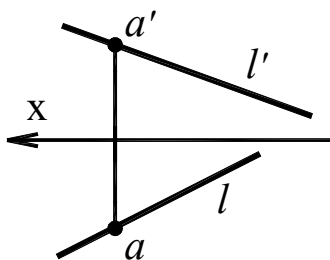
2.11. На прямій AB знайти точку із співвідношенням координат $z/y = 3$.



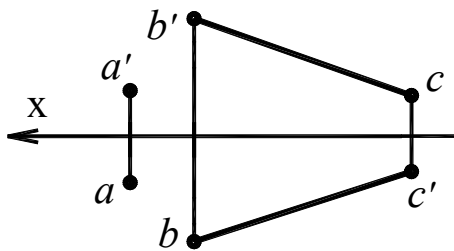
2.12. Визначити натуральну величину відрізка AB і кути нахилу його до H , V , W .



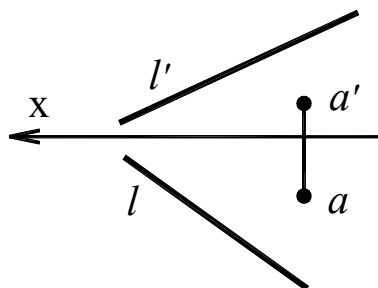
2.13. На прямій l відкласти від точки A відрізок AB довжиною 50 мм.



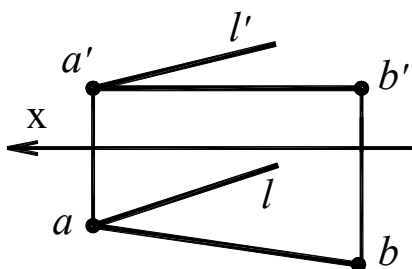
2.14. На прямій BC знайти точку D , віддалену від точки A на 40 мм. Скільки рішень має задача?



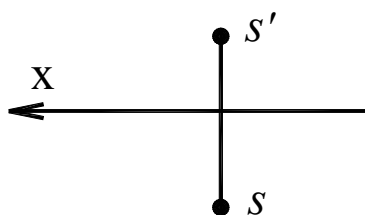
2.15. Визначити відстань від точки A до прямої l .



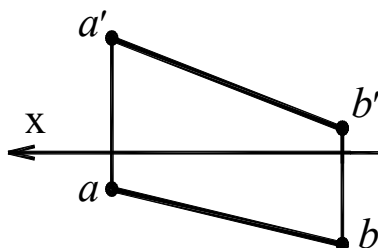
2.16. Провести бісектрису кута A .



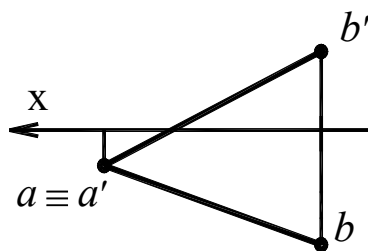
2.17. Через точку S провести пряму нахилену до площини H під кутом $\alpha = 40^\circ$ і до площини V під кутом $\beta = 30^\circ$. Скільки рішень має задача?



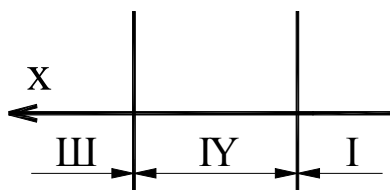
2.19. Побудувати сліди прямої AB і показати через які чверті вона проходить.



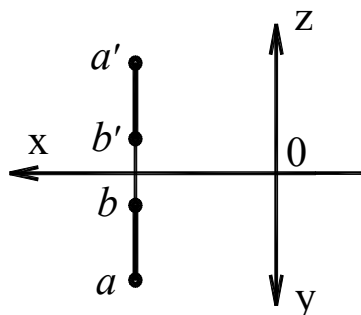
2.20. Побудувати сліди прямої CD і показати через які чверті вона проходить.



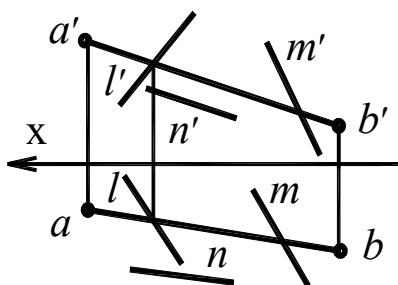
2.21. Побудувати на епюрі проєкції прямої a , що проходить через III, IV і I чверті. Позначити сліди прямої.



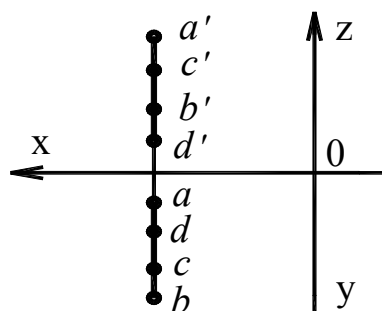
2.22. Побудувати сліди прямої AB . Визначити через які чверті вона проходить.



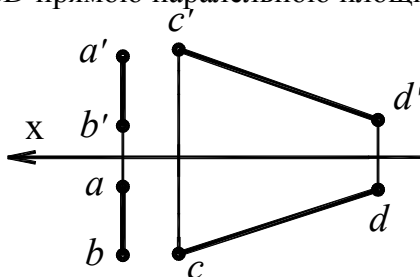
2.23. Визначити взаємне положення прямих m , n і l відносно прямої AB .



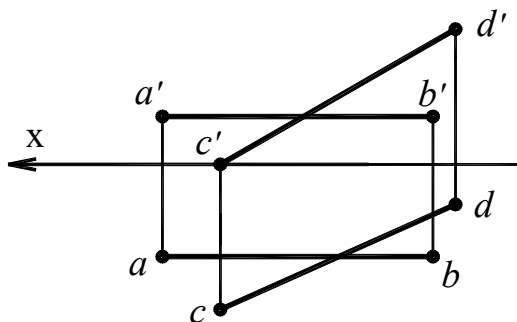
2.24. Побудувати точку перетину прямих AB і CD .



2.25. Перетнути прямі AB і CD прямою паралельною площині проєкцій V .

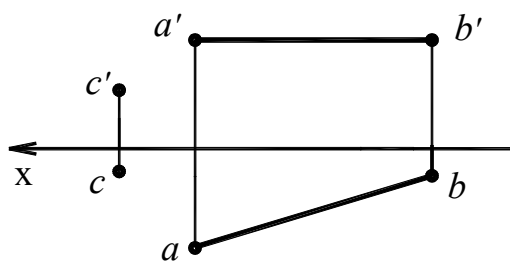


2.26. Перетнути прямі AB і CD третьою прямою перпендикулярною до них.

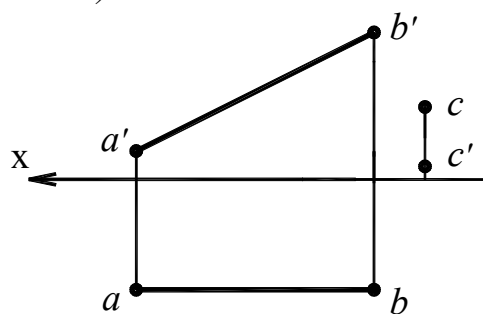


2.27. Визначити відстань від точки C до прямої AB .

a)



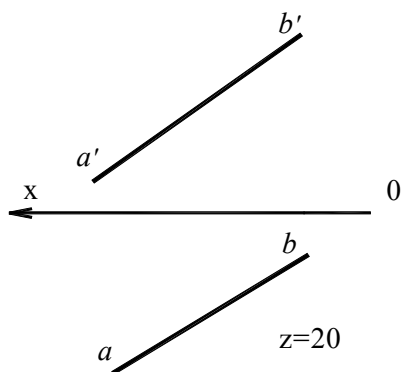
б)



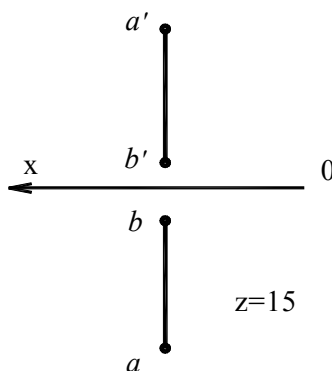
Задачі для самостійного рішення

1. Знайти на прямій AB точку, якщо дана її відстань від площини проєкцій H .

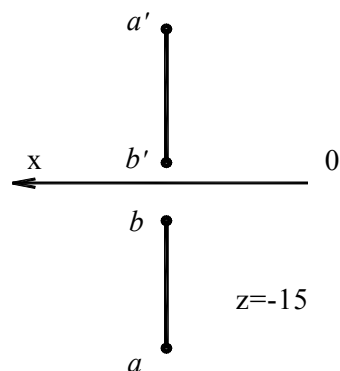
a)



б)

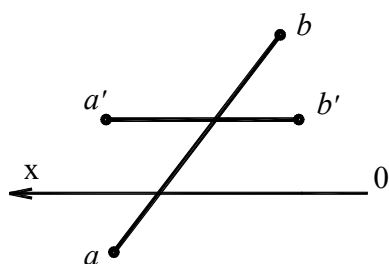


в)

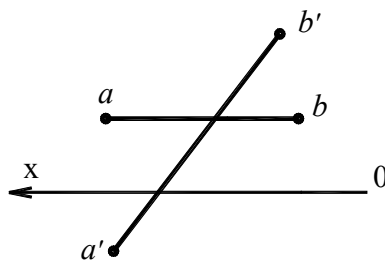


2. Знайти сліди прямої AB .

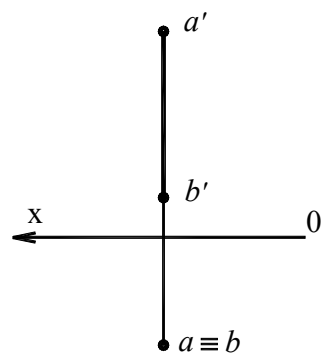
а)*



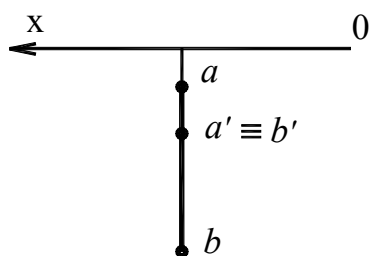
б)



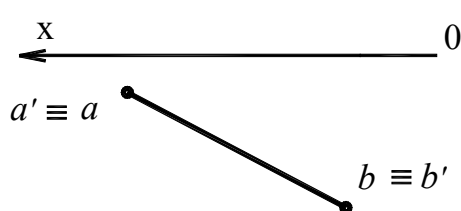
в)



г)

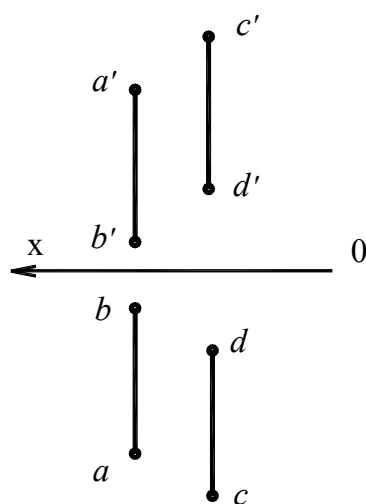


д)

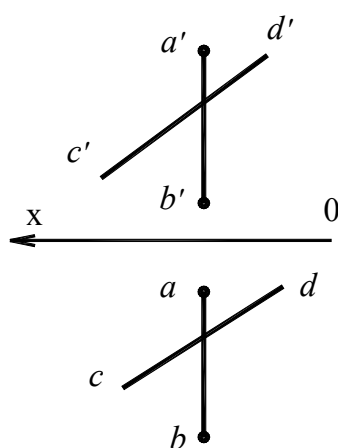


3. Визначити взаємне положення прямих.

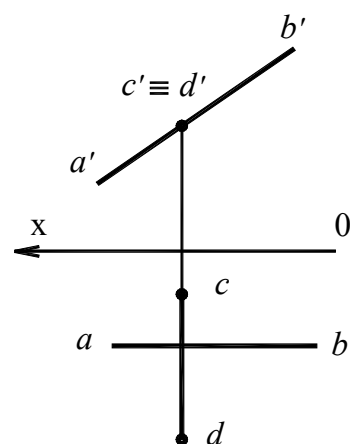
а)

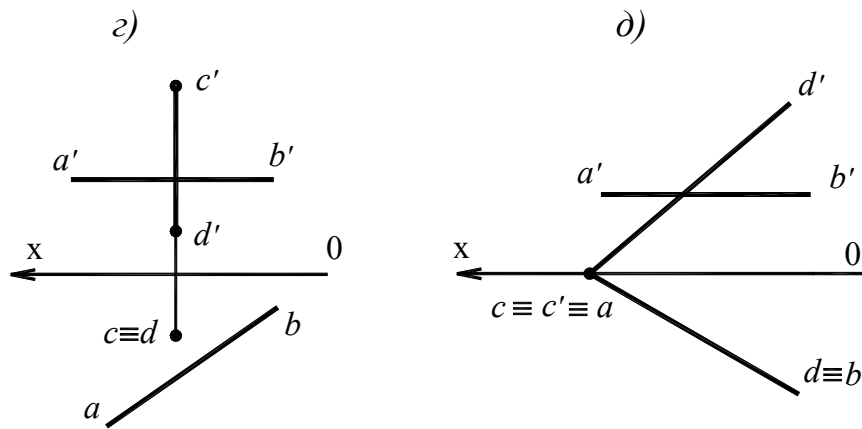


б)

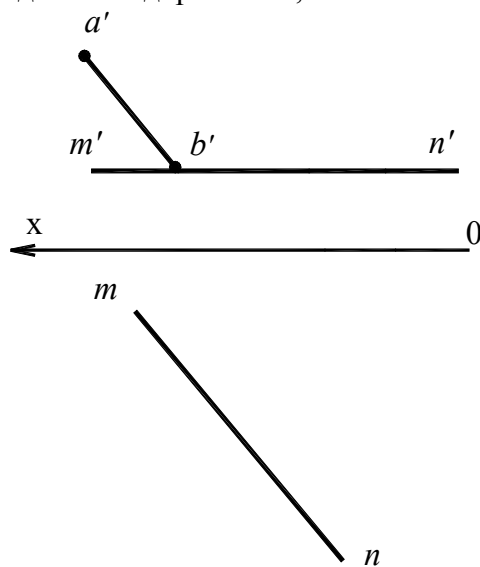


в)





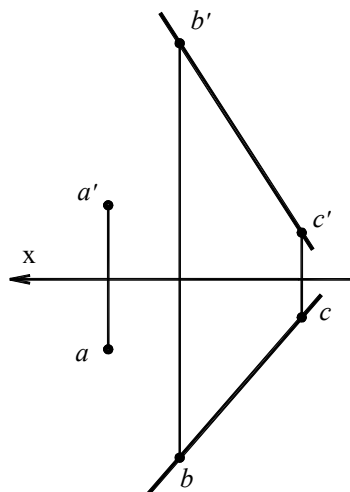
4. Дані пряма MN , паралельна горизонтальній площині проєкцій, і фронтальна проєкція перпендикулярної до неї прямої AB . Побудувати прямокутник $ABCD$ з основою BC на прямій MN , виходячи з умови, що його довжина дорівнює $1,5AB$.



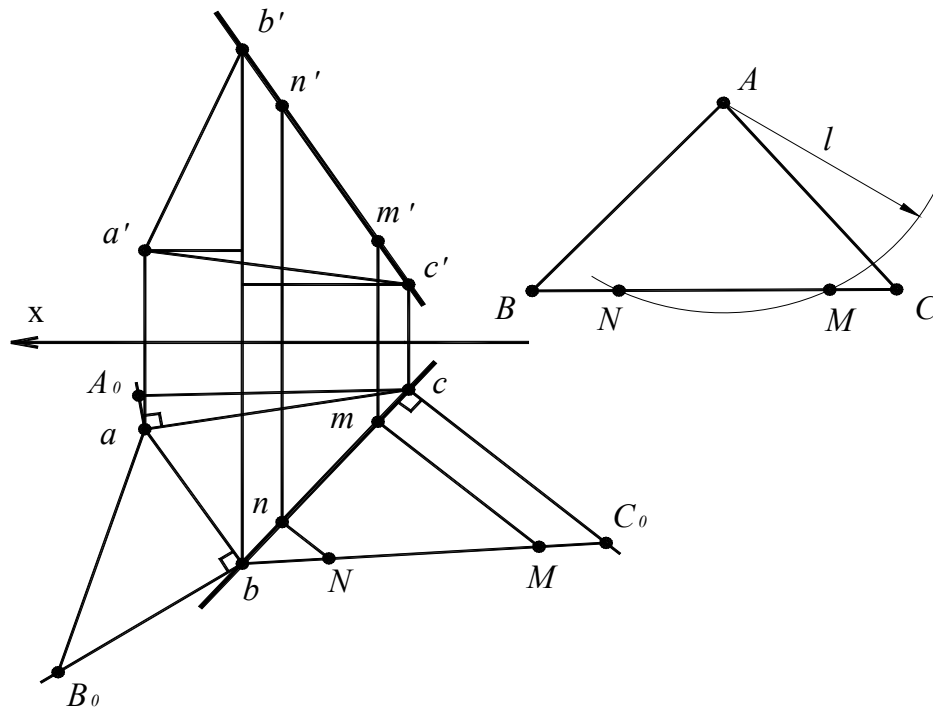
Задачі, помічені значком $)^*$, вирішувати з письмовим поясненням

Приклад рішення задачі з поясненням.

Задача. Дані пряма BC і точка A . Знайти на BC точку, віддалену від точки A на відстань 20 мм.



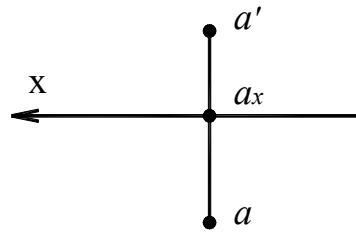
Розв'язання. Заключаємо пряму $(bc, b'c')$ і точку (a, a') у трикутник $(abc, a'b'c')$ і знаходимо його натуральну величину, тобто натуральну величину кожної сторони трикутника. Побудувавши допоміжний трикутник ABC у натуральну величину, описуємо із точки A дугу радіусом $l = 20$ мм, яка перетинає сторону BC у точках M і N , та опустивши перпендикуляри із точок M і N на пряму bc , отримуємо точки m і n . По них знаходимо точки m' і n' . Точки (m, m') і (n, n') є шуканими. Можливі варіанти, коли може вийти одна точка або не вийде ні однієї.



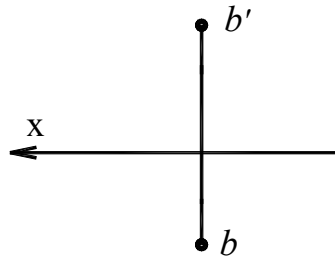
3. Площина

3.1. Точка і пряма в площині.

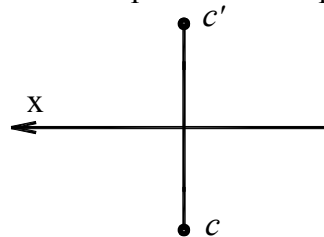
3.1.1. Через точку A провести горизонтально-проектуючу площину: а) двома прямими m і n , що перетинаються; б) двома паралельними прямими k і l ; в) слідами.



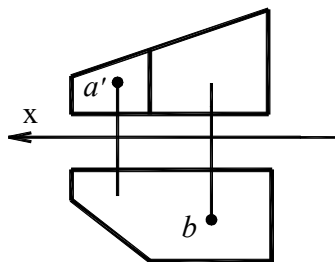
3.1.2. Через точку B провести площину горизонтального рівня, задану: а) двома прямими m і n , що перетинаються; б) двома паралельними прямими k і l ; в) слідами.



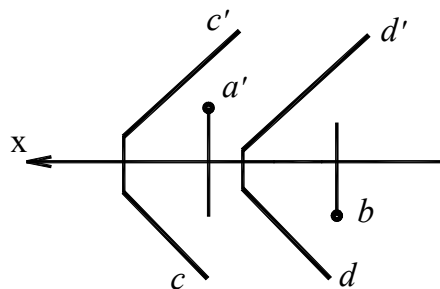
3.1.3. Через точку C провести площину загального положення задану: а) двома прямими m і n , що перетинаються; б) двома паралельними прямими k і l ; в) слідами.



3.1.4. Побудувати відсутні проекції точок A і B , що лежать на поверхні призми. Визначити кількість граней призми і їх положення щодо площин проекцій.

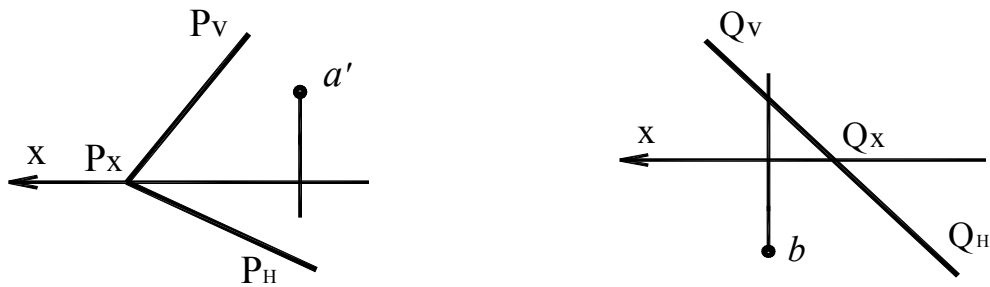


3.1.5. По двом різнойменним проекціям точок A і B , що належать площині P , побудувати проекції відрізка AB .

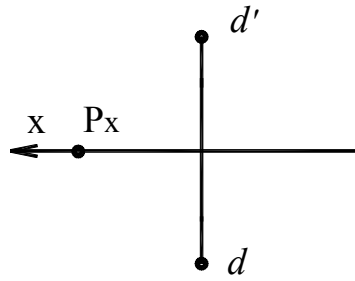


3.1.6. а) У площинах P і Q провести через точки A і B , що належать відповідно площинам P і Q , горизонталь, фронталь, лінію найбільшого нахилу до площини проєкцій V (H) і пряму загального положення.

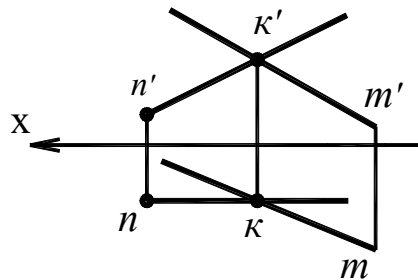
б) Побудувати на площинах P і Q геометричне місце точок віддалене від горизонтальної (фронтальної) площини проєкцій на 15 мм.



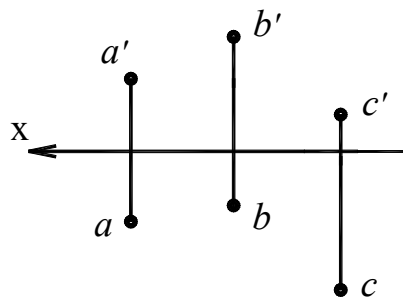
3.1.7. Через точку D побудувати площину P загального положення, горизонтальний слід якої перетинає вісь проєкцій у точці P_X під кутом 45° .



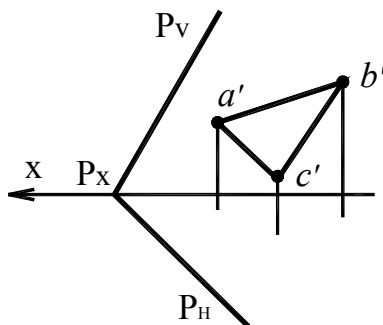
3.1.8. Побудувати сліди площини заданої прямими m і n , що перетинаються.



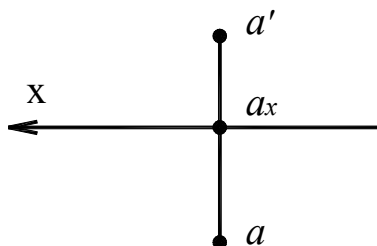
3.1.9. Побудувати лінію простягання (горизонталь) і визначити кут падіння (нахилу) пласта (площини), визначеного точками A , B і C .



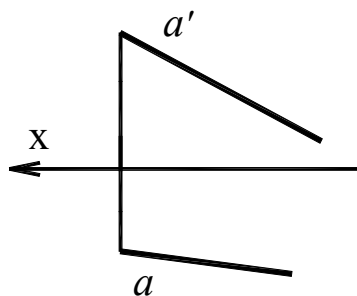
3.1.10. Побудувати недостатню проекцію, трикутника ABC , що належить площині P .



3.1.11. Через точку A провести площину загального положення P , розташовану під кутом 45° до площини проєкцій H і під кутом 30° до площини проєкцій V . Площину задати: а) h і f ; б) слідами P_H і P_V .

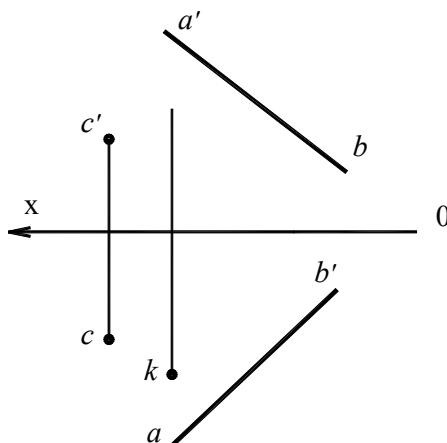


3.1.12. Через пряму a провести площину розташовану під кутом 60° : а) до площини проєкцій H ; б) до площини проєкцій V .

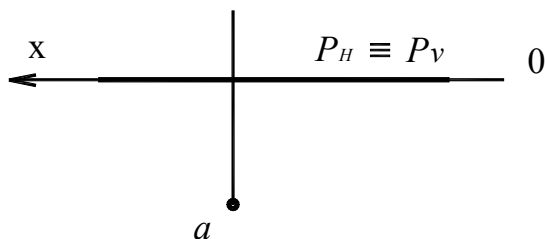


Задачі для самостійного рішення

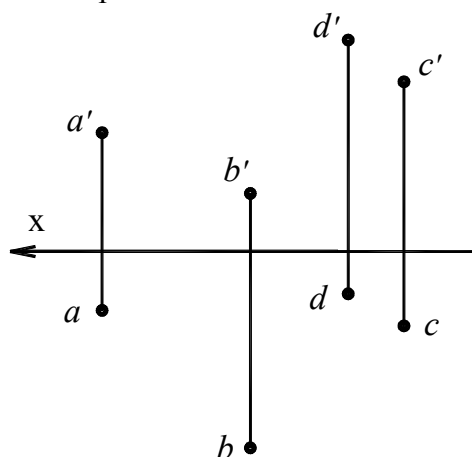
1. Дана горизонтальна проєкція точки K , що належить площині, заданої прямою AB і точкою C . Знайти її фронтальну проєкцію.



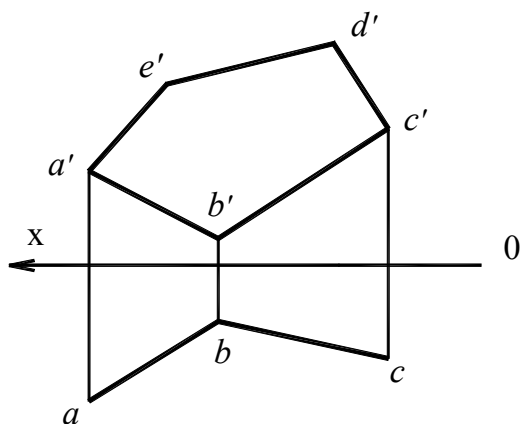
2. Дані площина P і горизонтальна проекція a точки A , що належить цій площині. Знайти її фронтальну проекцію a' .



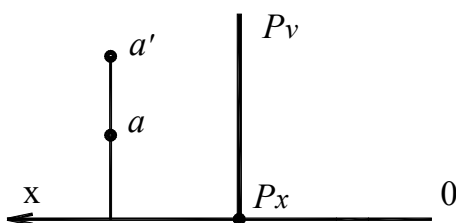
3.)* З'ясувати, чи лежать усі чотири точки A, B, C і D на одній площині.



4. Визначити горизонтальну проекцію плоского п'ятикутника $ABCDE$, знаючи фронтальну його проекцію і горизонтальну проекцію двох суміжних сторін.



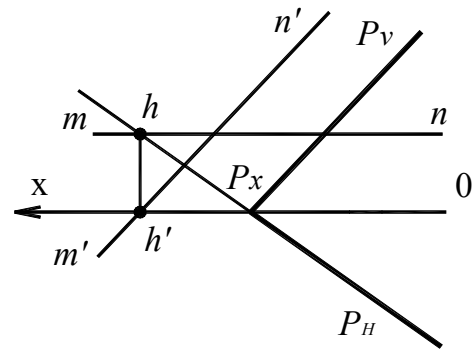
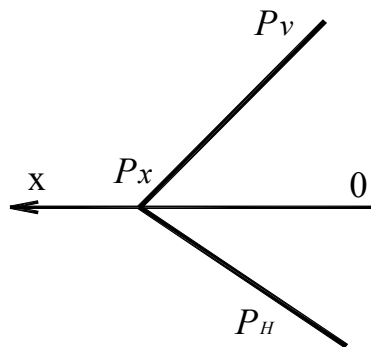
5. Задані фронтальний слід площини P и точка A , що належить цій площині. Знайти горизонтальний слід (P_H) площини.



Задачі, помічені значком)*, вирішувати з письмовим поясненням.

Приклад рішення задачі з поясненням.

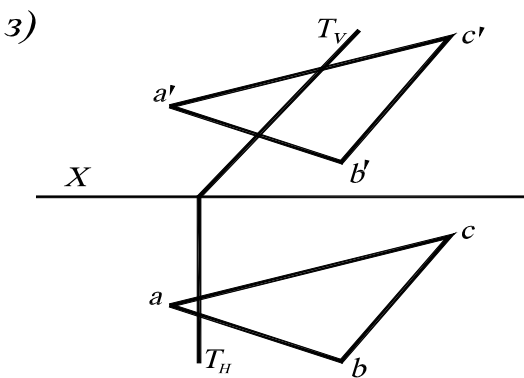
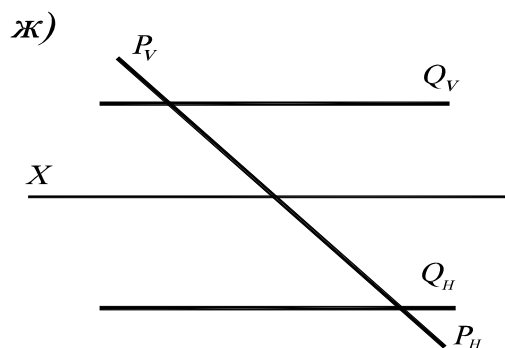
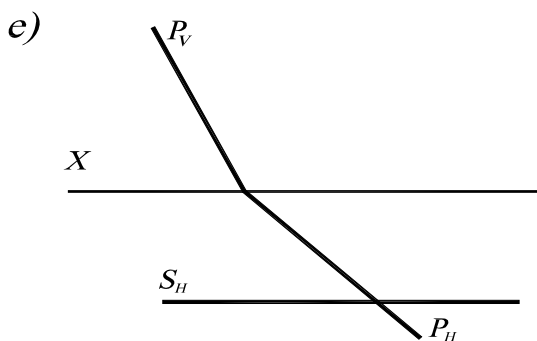
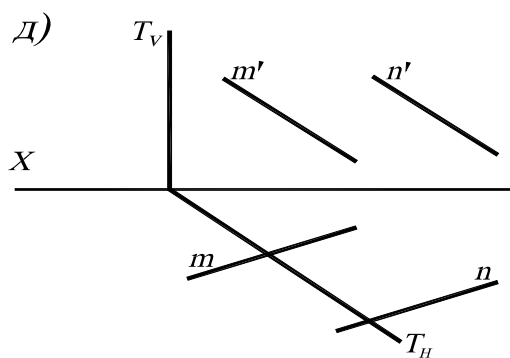
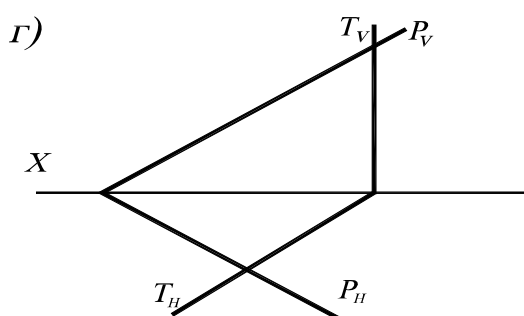
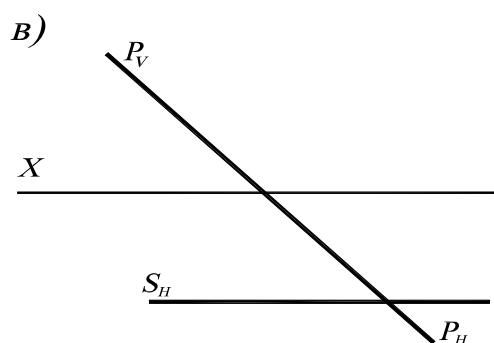
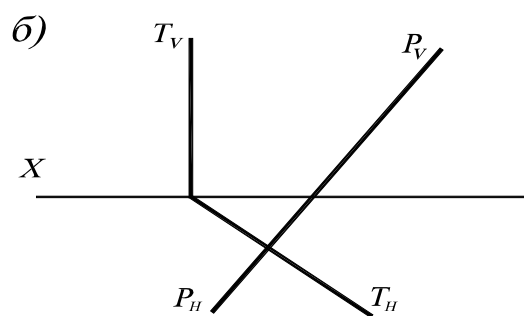
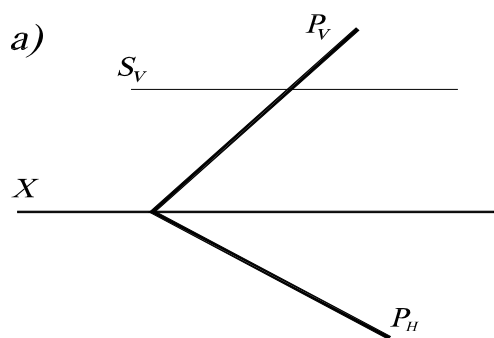
Задача. У площині P провести довільну пряму, що проходить через другу і третю чверті простору.



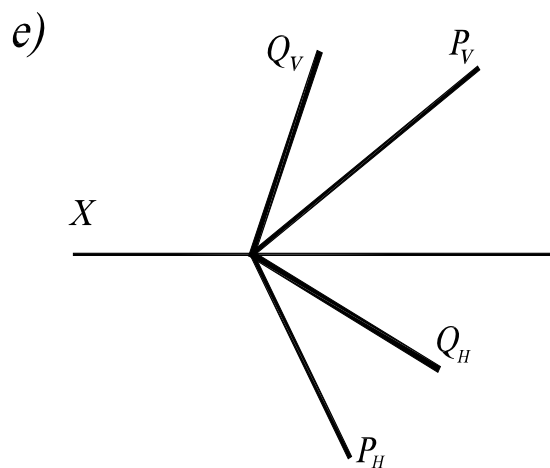
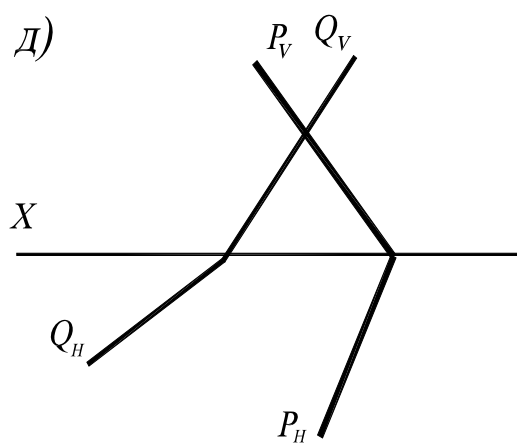
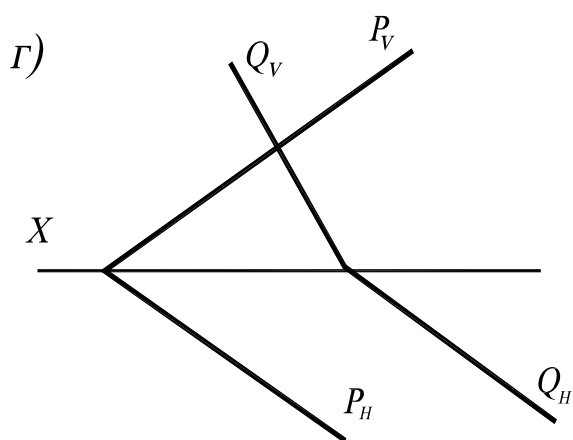
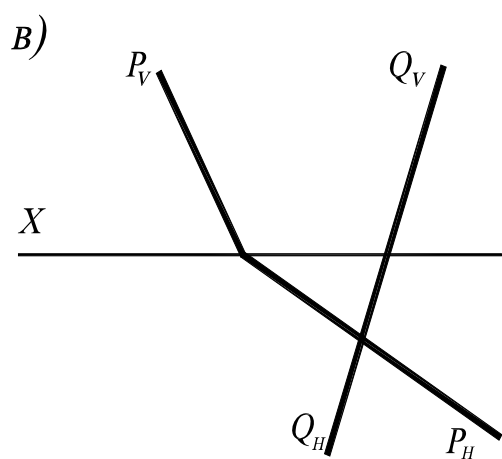
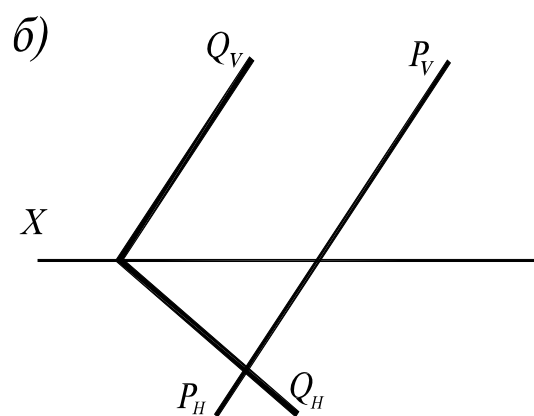
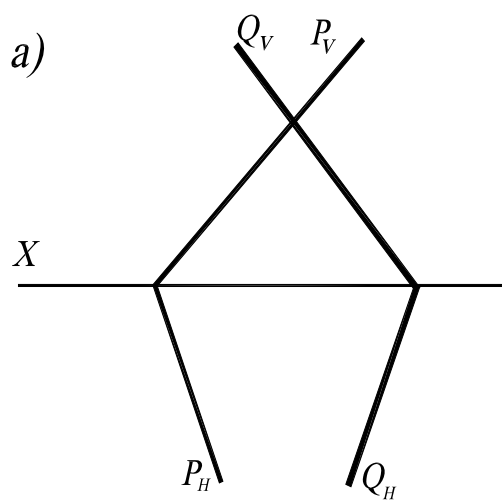
Розв'язання. Пряма, що проходить через другу і третю чверті простору, має єдиний горизонтальний слід на задній полі горизонтальної площини проєкцій, який на епюрі розташовується над віссю проєкцій. Задаємося на продовженні горизонтального сліду (P_H) площини точкою (h, h') і проводимо через неї проєкції шуканої прямої (фронталі): горизонтальну – через точку h паралельно осі проєкцій і фронтальну – через точку h' паралельно фронтальному сліду (P_V) площини.

3.2. Перетин площин

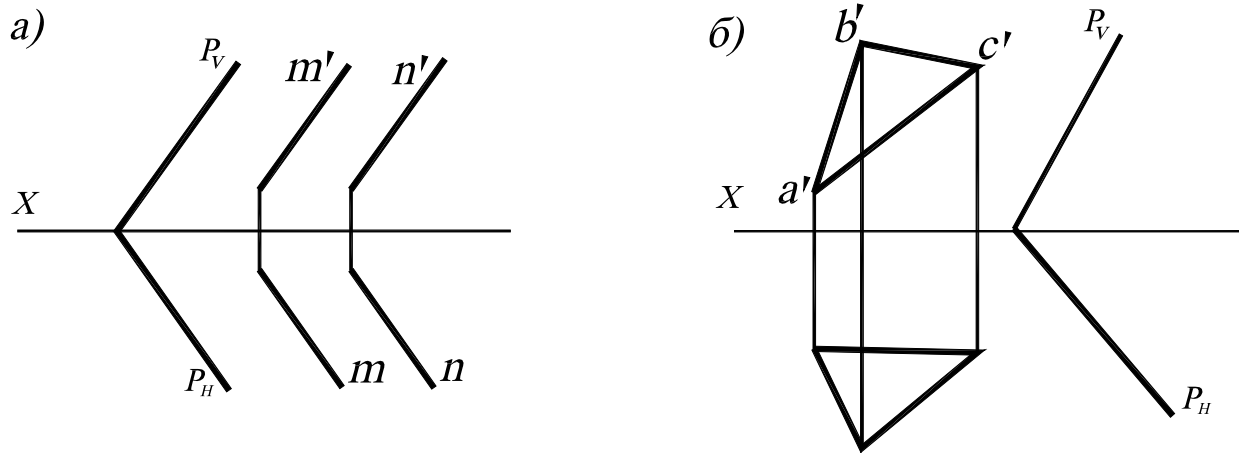
3.2.1. Побудувати лінію перетину площин: одна – окремого положення, друга – загального положення.



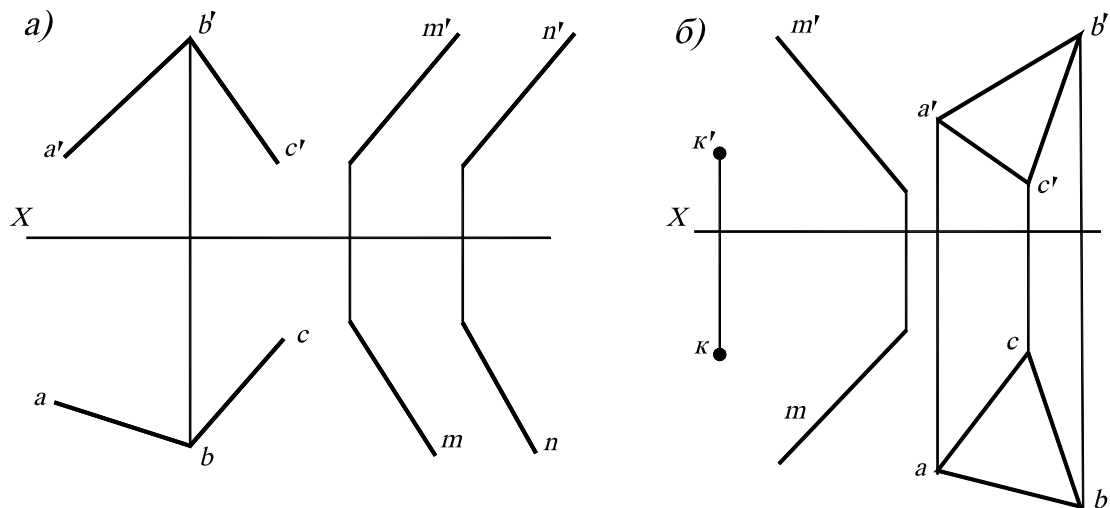
3.2.2. Побудувати лінію перетину площин загального положення, заданих слідами.



3.2.3. Побудувати лінію перетину площин загального положення: одна задана слідами, а друга – плоскою фігурою.

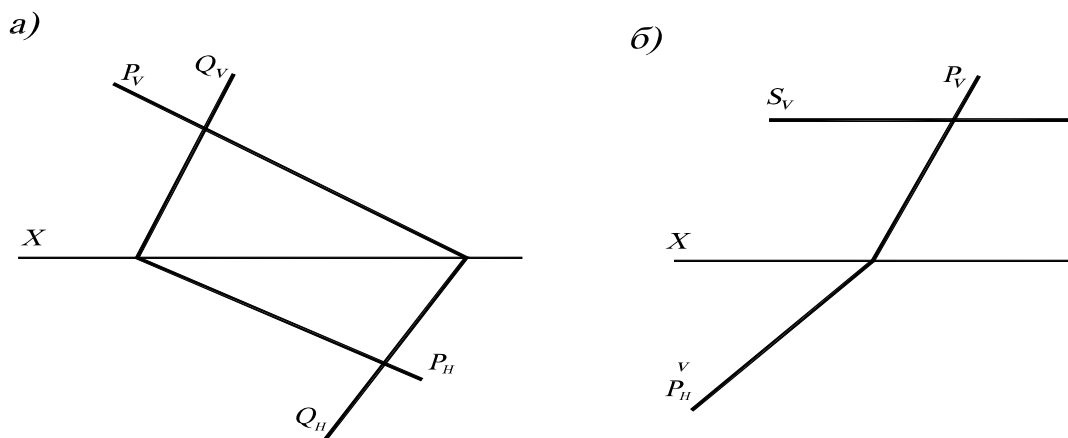


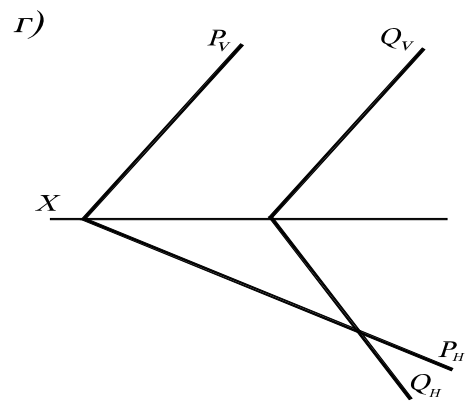
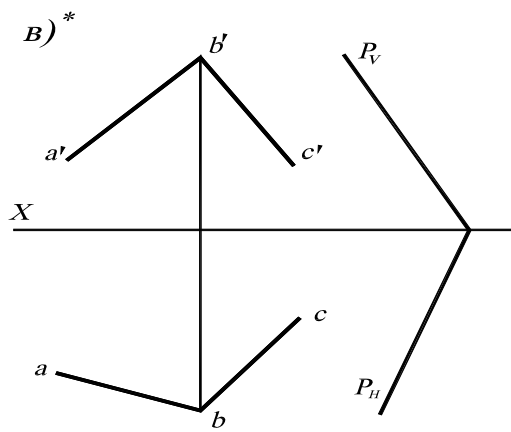
3.2.4. Побудувати лінію перетину площин загального положення, заданих плоскими фігурами.



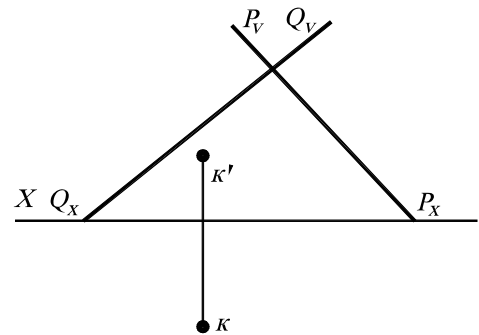
Задачі для самостійного рішення

1. Побудувати лінію взаємного перетину заданих площин.





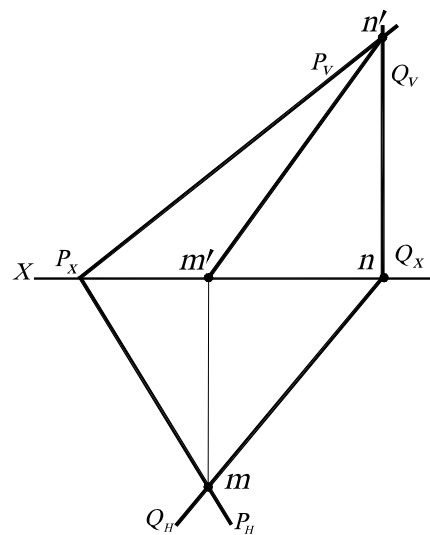
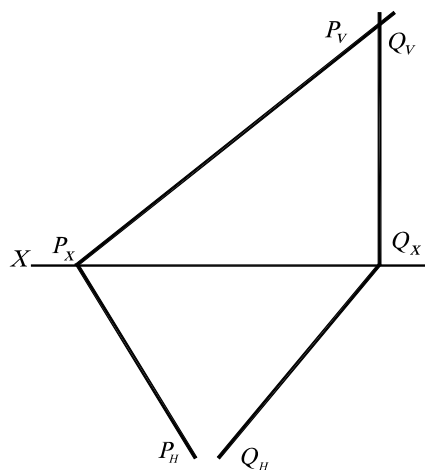
2. Побудувати горизонтальні сліди двох площин, що перетинаються, якщо відомо, що точка К належить їх лінії перетину.



Задачі, помічені значком *)*, вирішувати з письмовим поясненням

Приклад рішення задачі з поясненням.

Задача. Побудувати лінію перетину площин P і Q .

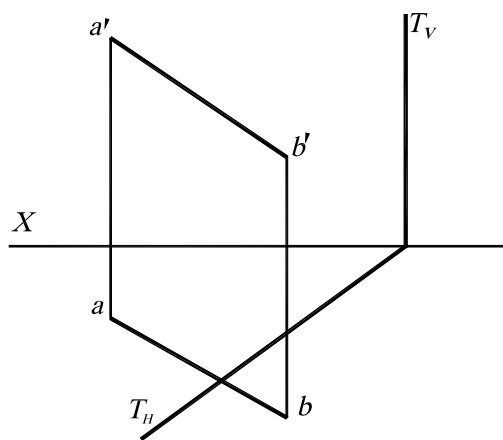


Розв'язання. Для побудови лінії перетину площин можна використати точку N перетину слідів P_V і Q_V і точку M перетину слідів P_H і Q_H . Пряма MN , що проходить через ці точки, є лінією перетину заданих площин. Її проекція mn співпадає зі слідом Q_H , бо площина Q є горизонтально-проектуючою.

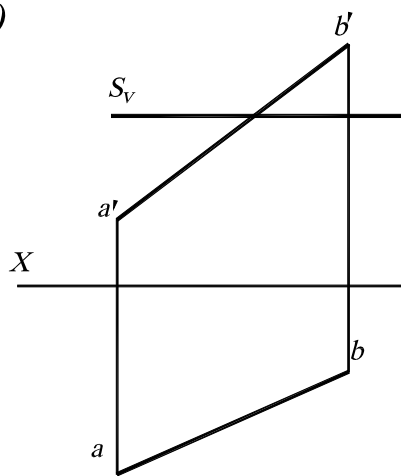
3.3. Перетин прямої з площиною

3.3.1. Побудувати точку перетину прямої з площиною.

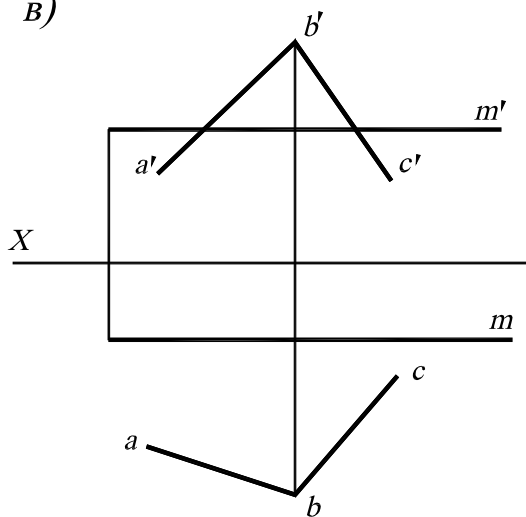
а)



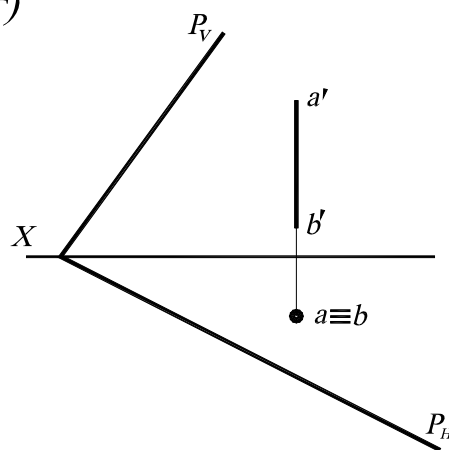
б)



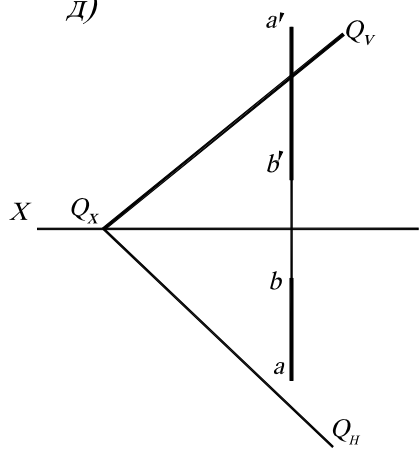
в)



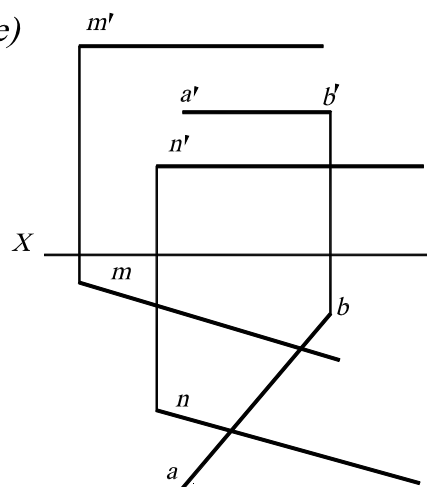
г)



д)

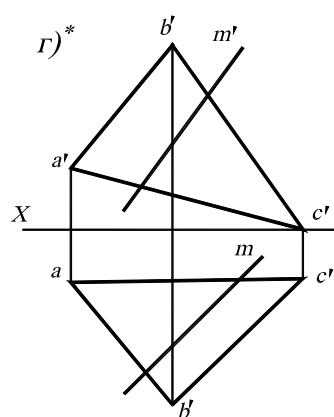
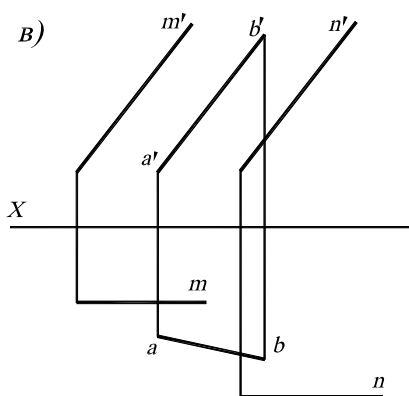
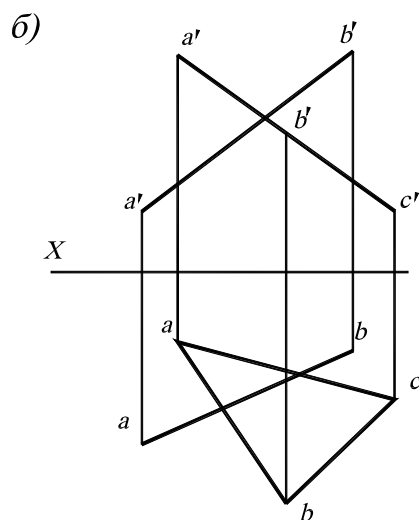
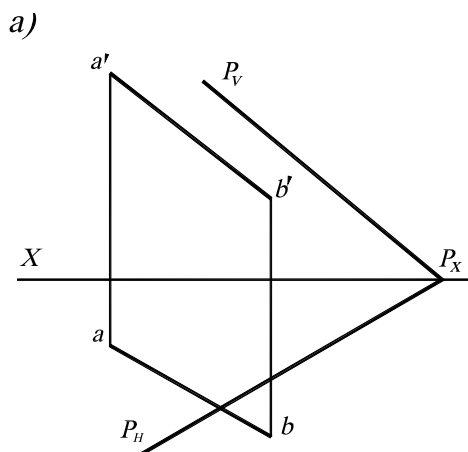


е)



Задачі для самостійного рішення

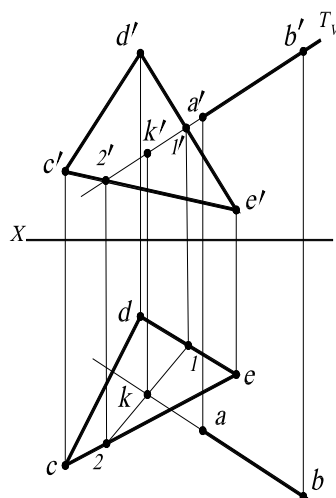
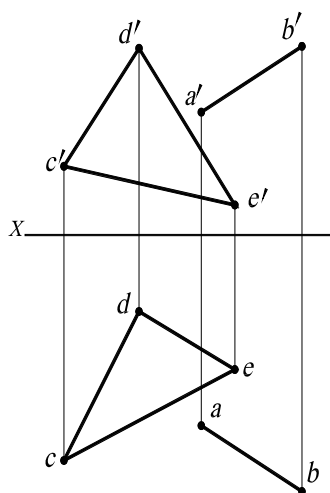
Побудувати точку перетину прямої з площиною.



Задачі, помічені значком *)*, вирішувати з письмовим поясненням

Приклад рішення задачі з поясненням.

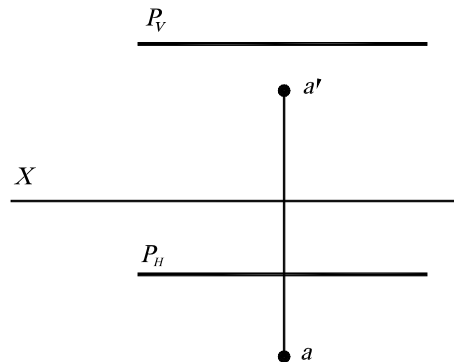
Задача. Знайти точку перетину прямої AB з площиною, яка задана трикутником CDE .



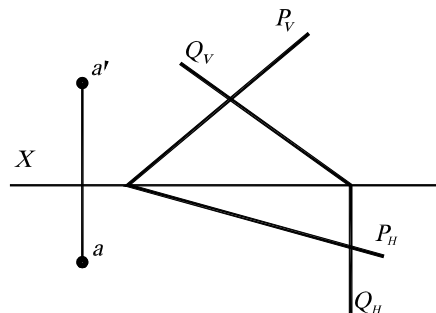
Розв'язання. Для визначення точки перетину прямої AB з площиною трикутника CDE проводимо через цю пряму фронтально-проектуючу площину T , її слід T_v співпадає з $a'b'$. Горизонтальний слід площини в даній задачі не потрібен тому не показаний. Будуємо лінію $I-2$ перетину площини T і трикутника CDE і знаходимо точку $K(k, k')$ перетину лінії $I-2$ з лінією AB . Точка K є точка перетину прямої AB з площиною трикутника ABC .

3.4. Паралельність прямої і площини. Паралельність площин.

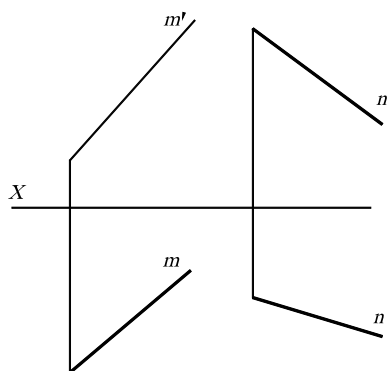
3.4.1. Через точку A провести довільну пряму m загального положення паралельну площині P .



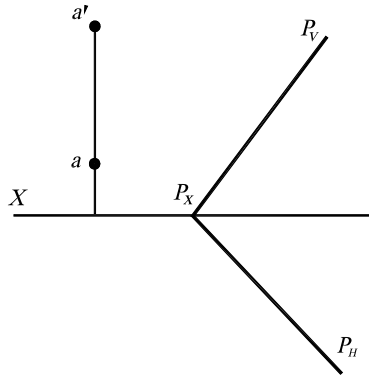
3.4.2. Через точку A провести пряму m паралельну площинам P і Q .



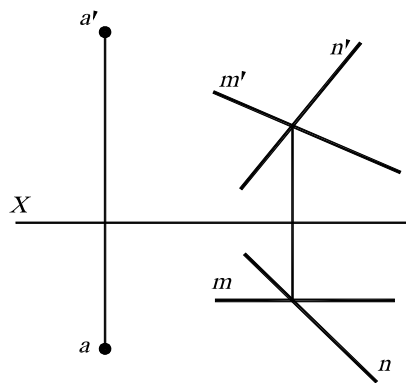
3.4.3. Через прямі m і n провести дві площини паралельні між собою.



3.4.4. Через точку A провести слідами площину Q паралельну площині P .

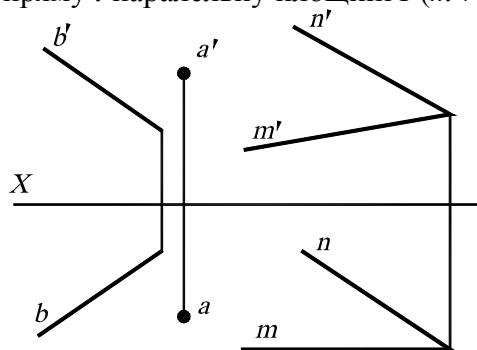


3.4.5. Через точку A провести площину паралельну площині $(m \cap n)$

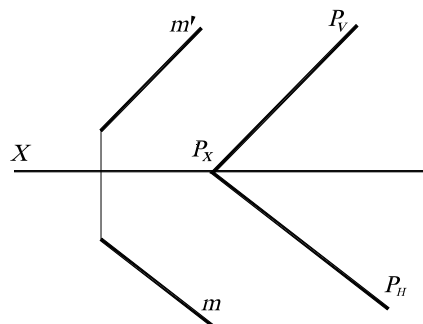


Задачі для самостійного рішення

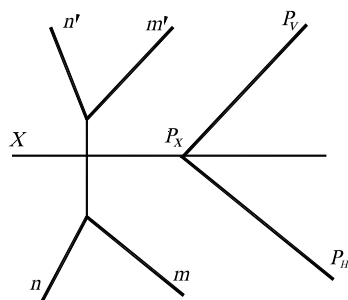
1. Через точку A провести пряму l паралельну площині $P(m \cap n)$ і яка перетинає пряму b .



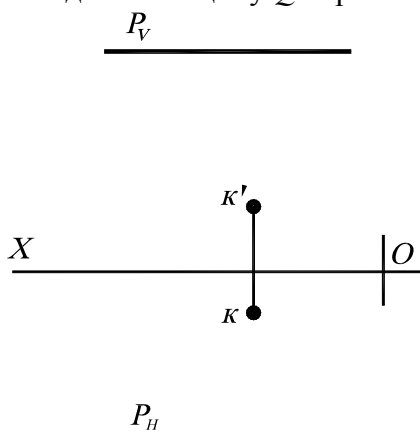
2. Визначити чи паралельна пряма m площині P .



3. Визначити чи паралельні між собою задані площини.



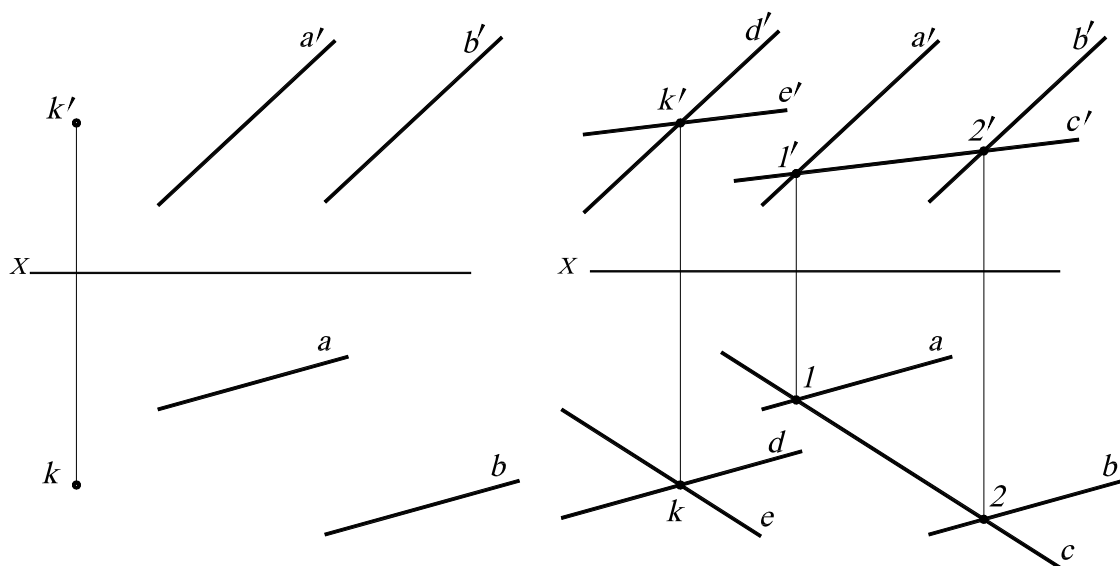
4.)* Через точку K провести слідами площину Q паралельну площині P .



Задачі, помічені значком)*, вирішувати з письмовим поясненням.

Приклад рішення задачі з поясненням.

Задача. Через точку K провести площину Q , паралельну площині P ($a // b$).

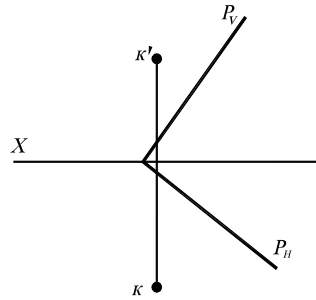


Розв'язання. За умовою паралельності дві площини паралельні між собою, якщо дві прямі, що перетинаються, однієї площини паралельні двом прямим, що перетинаються, другої площини. У площині P проведемо довільну пряму c (c, c'). Другою прямою, що перетинається з прямою c буде пряма $b(b, b')$. Через точку K проведемо пряму $d // b$. Через ту саму точку K

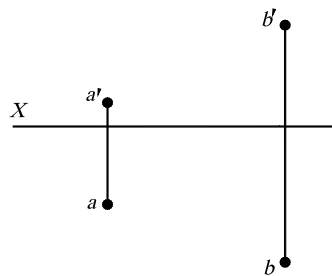
проведемо другу пряму $e \parallel c$. Прямі $d \times e = K$ визначають шукану площину Q , паралельну площині P .

3.5. Перпендикулярність прямої і площини. Перпендикулярність площин.

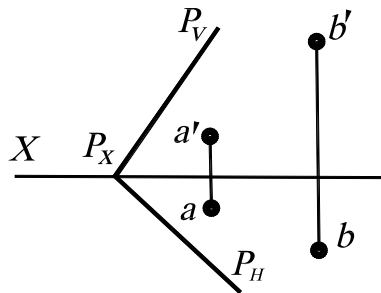
3.5.1. Визначити відстань від точки K до площини P .



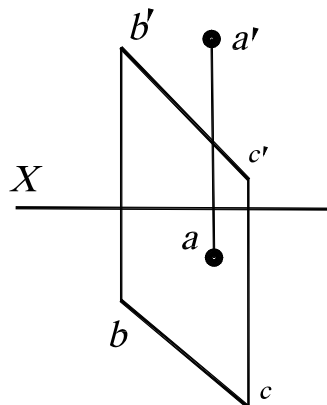
3.5.2. На осі проєкцій знайти точку рівновіддалену від точок A і B .



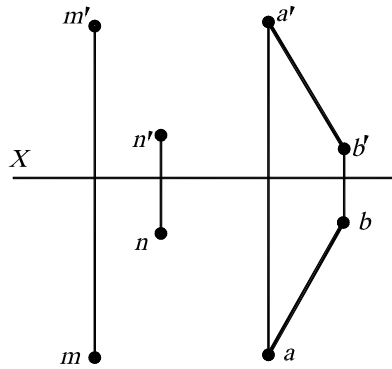
3.5.3. В площині P побудувати геометричне місце точок рівновіддалених від точок A і B .



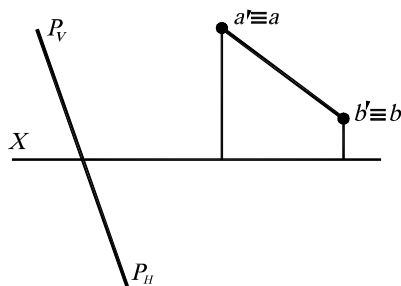
3.5.4. Через точку A провести площину перпендикулярно до відрізка BC , слідів площини не будувати.



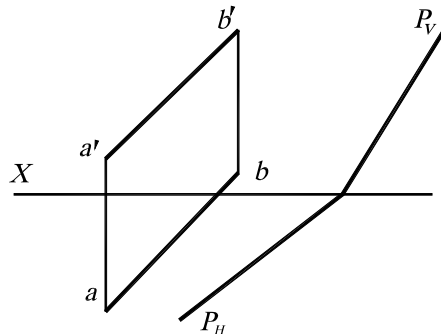
3.5.5. Побудувати сферу з центром на прямій AB так, щоб точки M і N належали її поверхні.



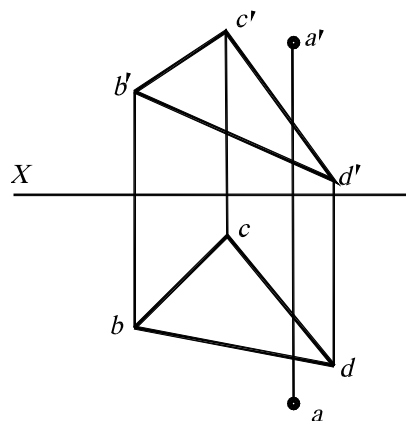
3.5.6. На площині P побудувати геометричне місце точок рівновіддалених від кінців відрізка AB .



3.5.7. Через пряму AB провести площину Q слідами перпендикулярну до площини P .

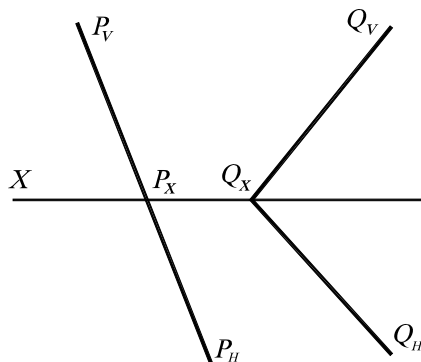


3.5.8. Знайти основу перпендикуляра проведеного із точки A до площини трикутника BCD .

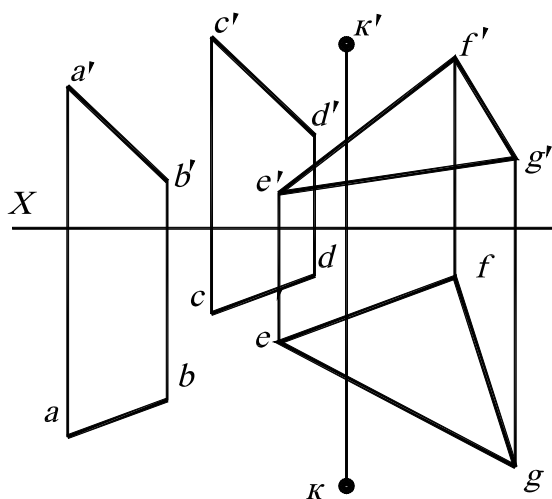


Задачі для самостійного рішення

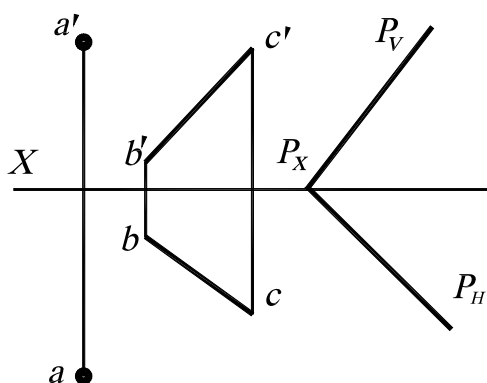
1. В площині P побудувати геометричне місце точок, які знаходяться на віддалі 40мм від площини Q .



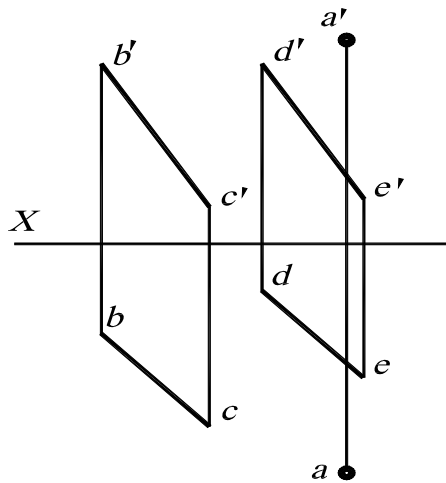
2. Через точку K провести площину перпендикулярну до двох заданих площин.



3. Визначити чи будуть задані дві площини взаємно перпендикулярні.



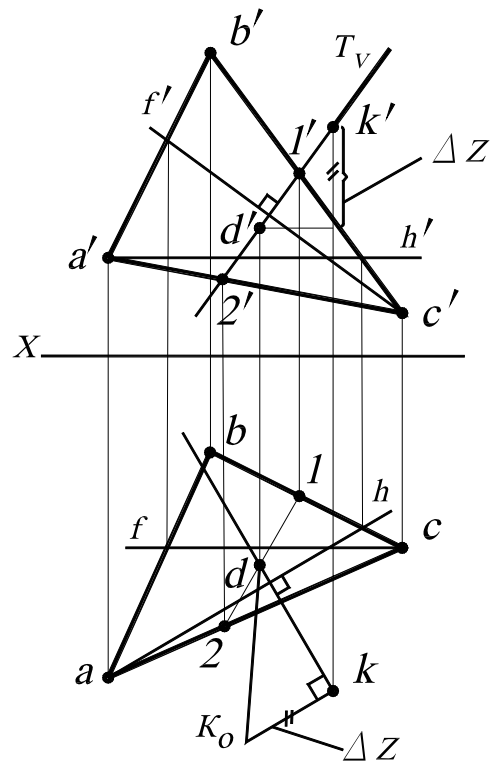
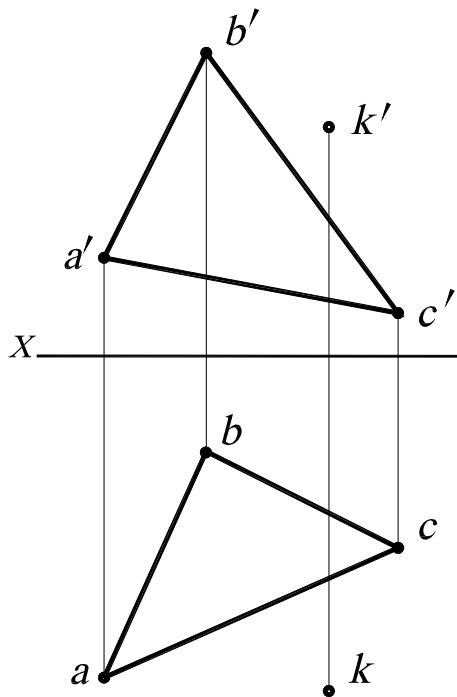
4)* Знайти основу перпендикуляра проведеного з точки A до площини заданої паралельними прямими BC і DE .



Задачі, помічені значком $\ast$, вирішувати з письмовим поясненням.

Приклад рішення задачі з поясненням.

Задача. Визначити відстань від точки K до площини трикутника ABC .

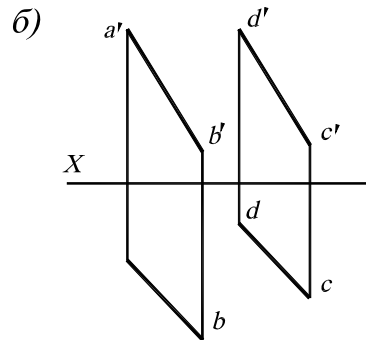
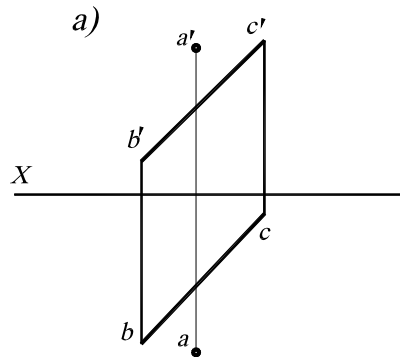


Розв'язання. Відстань від точки до площини вимірюється перпендикуляром проведеним з цієї точки до площини. Будуємо перпендикуляр. На епюрі його фронтальна проекція перпендикулярна фронтальній проекції фронталі f' , а горизонтальна – горизонтальній проекції горизонталі h площини. Наступний крок – знаходимо точку зустрічі (перетину) перпендикуляра з площиною трикутника ABC . Для цього заключаємо перпендикуляр у фронтально – проєціючу площину T і будуємо її перетин з площиною трикутника. Це є відрізок 12. На перетині відрізка 12 і перпендикуляра буде точка зустрічі D . Горизонтальна та фронтальна проекції перпендикуляра KD – проекції відстані. Вони спотворені. Методом прямокутного трикутника будуємо натуральну величину відрізка KD , тобто відстані. Це гіпотенуза DK_o .

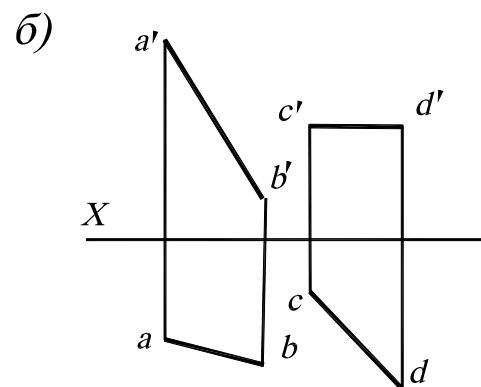
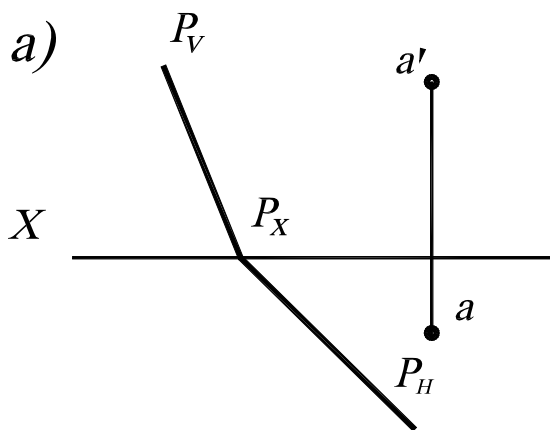
4. Перетворення рисунка.

4.1. Спосіб переміни площин проєкцій.

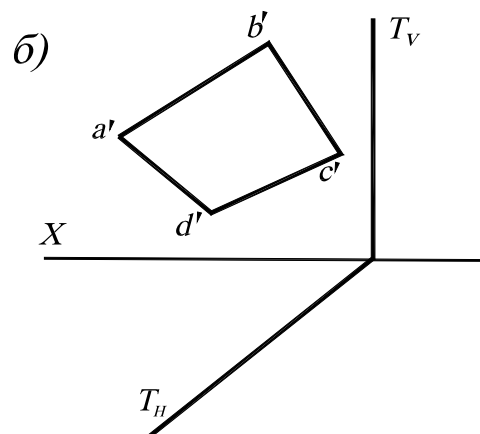
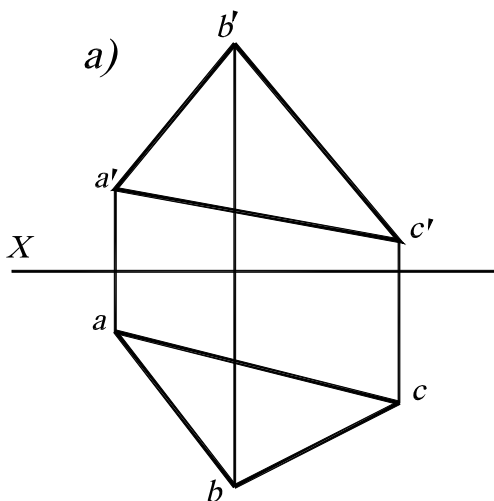
4.1.1. Визначити відстань: а) від точки A до прямої BC ; б) між двома паралельними прямими AB і CD .



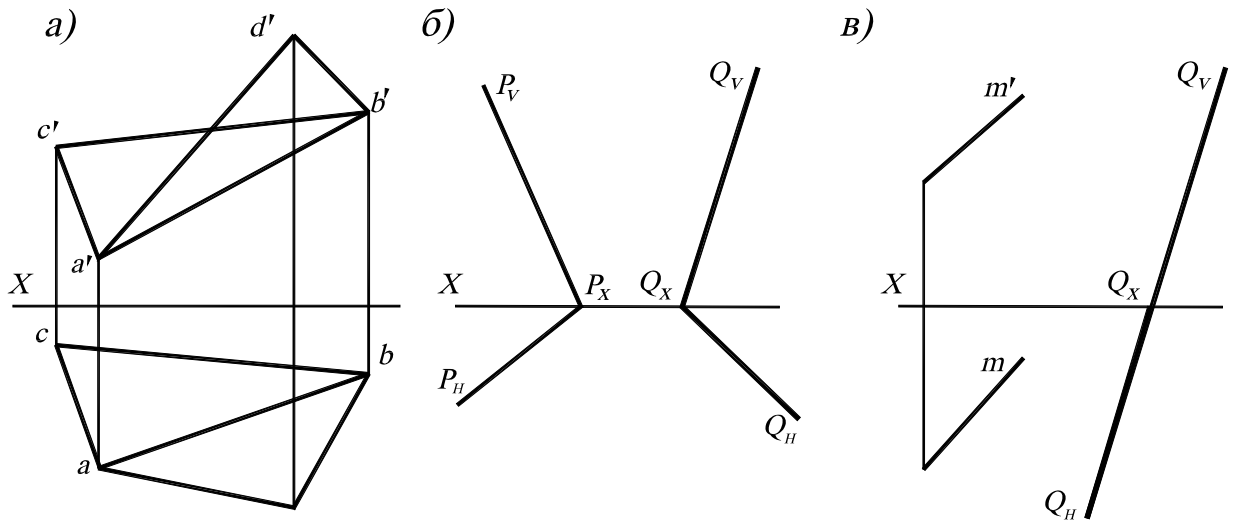
4.1.2. Визначити відстань: а) від точки A до площини P ; б) між двома мимобіжними прямими AB і CD .



4.1.3. Визначити натуральну величину: а) трикутника ABC ; б) чотирикутника $ABCD$, який знаходиться в площині T .

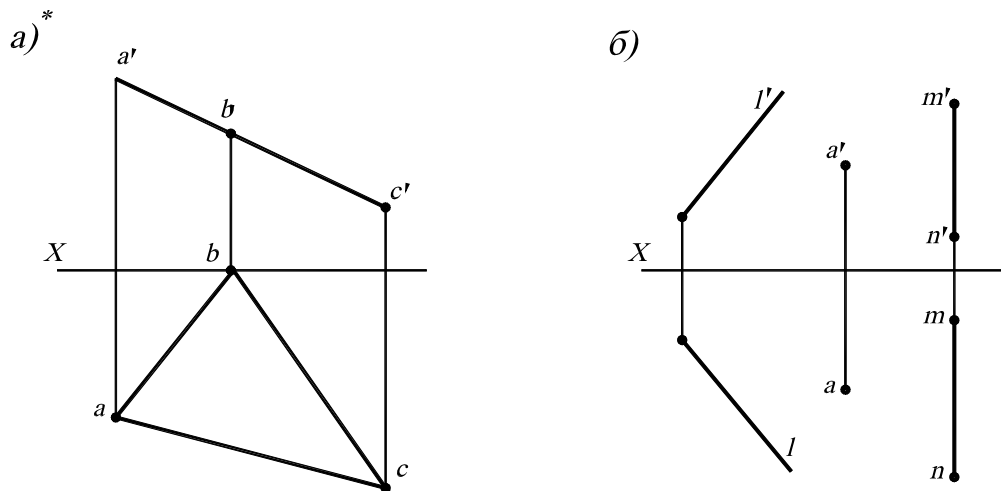


4.1.4. Визначити кут: а) між площинами при ребрі AB ; б) між площинами P і Q ; в) між прямою m і площиною Q .

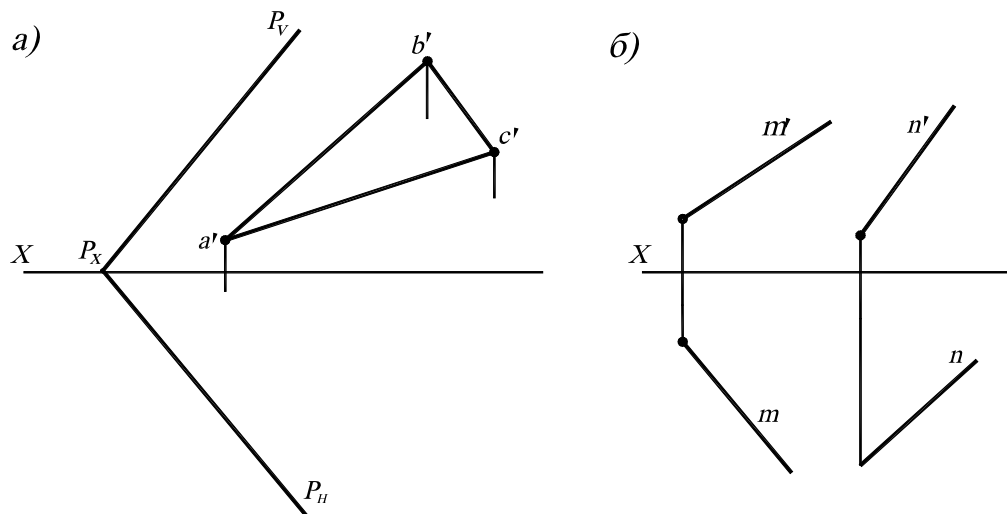


Задачі для самостійного рішення

1. Побудувати: а) натуральну величину трикутника ABC ; б) сферу радіусом 25мм дотичну до площини $P(l, \text{т. } A)$ з центром на прямій MN .



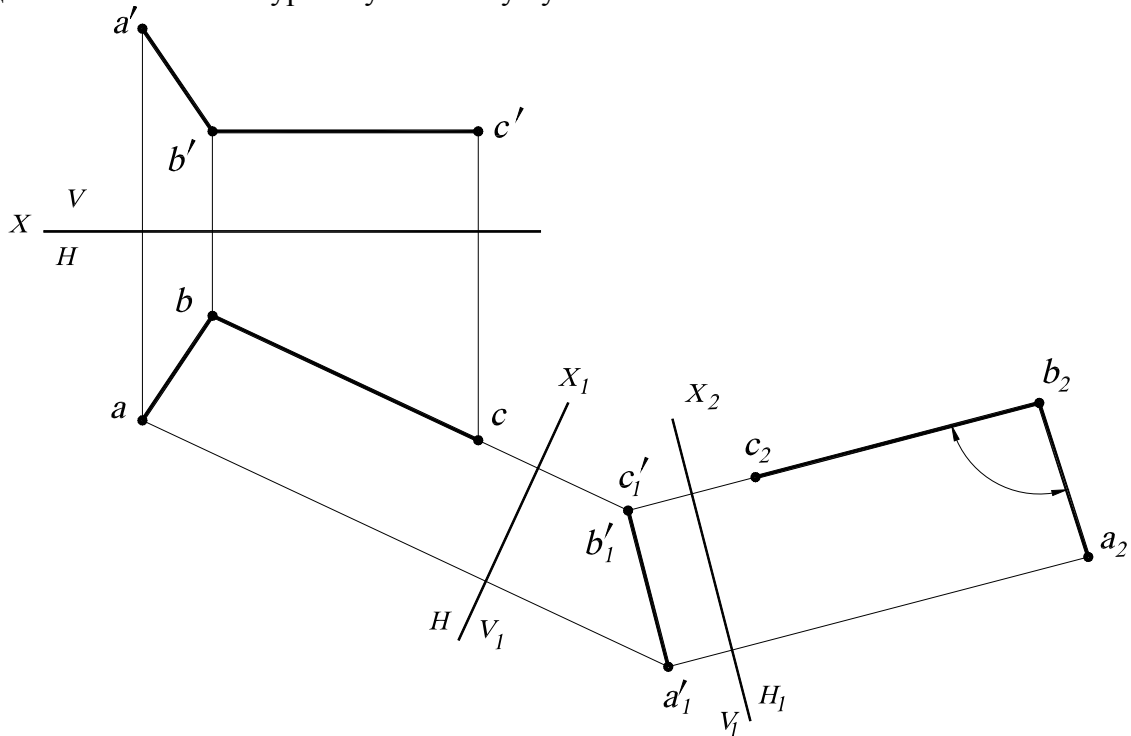
2. Побудувати: а) геометричне місце точок рівновіддалених від вершин трикутника ABC , який лежить в площині P ; б) площину паралельну прямим m і n на відстані 20мм від прямої m .



Задачі, помічені значком $\ast$, вирішувати з письмовим поясненням.

Приклад рішення задачі з поясненням.

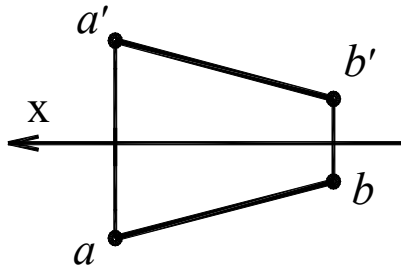
Задача. Визначити натуральну величину кута ABC .



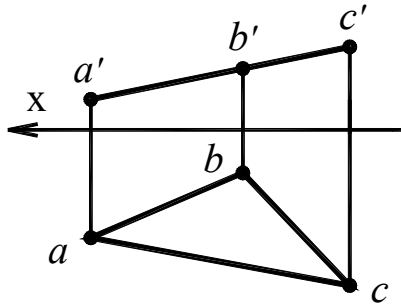
Розв'язання. Кут буде проєціюватись на площину проєкцій в натуральну величину, якщо його площина буде паралельна цій площині проєкцій. В нашому випадку площина кута є площина загального положення і тому виконуємо дві заміни площин проєкцій. При першій заміні площину V_1 розташуємо перпендикулярно площині кута, залишаючи її перпендикулярною до площини проєкцій H . В цьому разі нова вісь проєкцій X_1 буде перпендикулярна горизонтальній проєкції горизонталі площини кута. Такою горизонталлю є сторона кута BC і $X_1 \perp bc$. При другій заміні площину H_1 розташуємо паралельно до площини кута і перпендикулярно до V_1 . Нова вісь проєкцій X_2 при цьому буде паралельна попередній проєкції кута на V_1 . Проекція кута $a_2b_2c_2$ є натуральна величина.

4.2. Спосіб обертання.

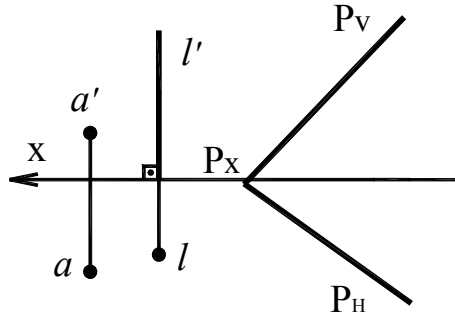
4.2.1. Послідовним обертанням навколо осей, перпендикулярних до H і V , пряму AB перетворити у горизонтально-проектуючу.



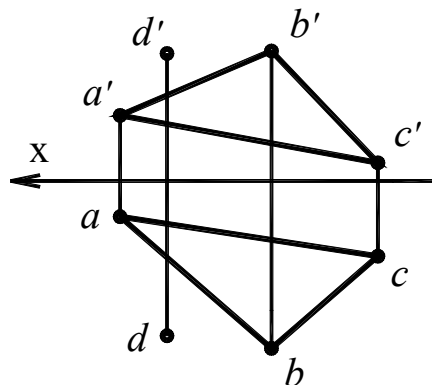
4.2.2. Визначити дійсну величину трикутника ABC обертанням його навколо фронтально-проектуючої прямої.



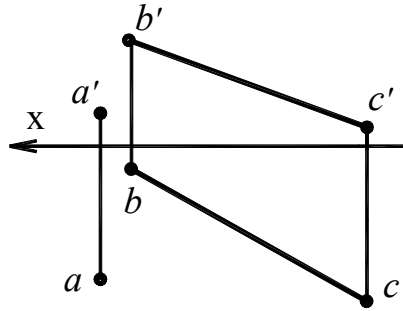
4.2.3. Обертанням навколо горизонтально-проектуючої прямої l сумістити точку A с площиною P .



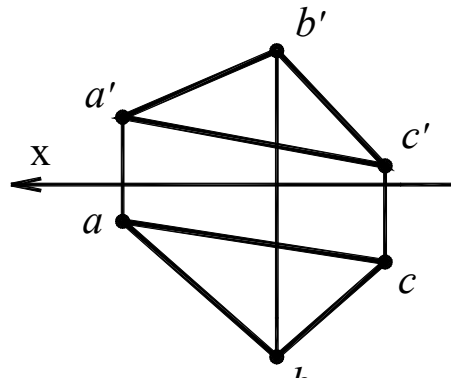
4.2.4. Плоскопаралельним переміщенням визначити відстань від точки D до площини трикутника ABC .



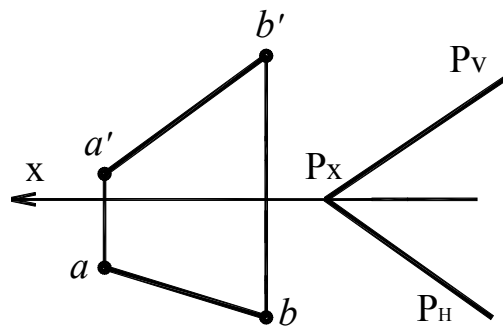
4.2.5. Плоско-паралельним переміщенням визначити відстань від точки A до прямої BC .



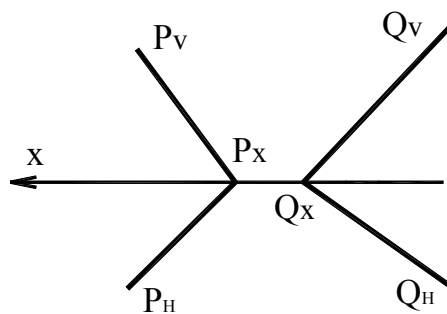
4.2.6. Обертанням навколо горизонталі визначити натуральну величину трикутника ABC .



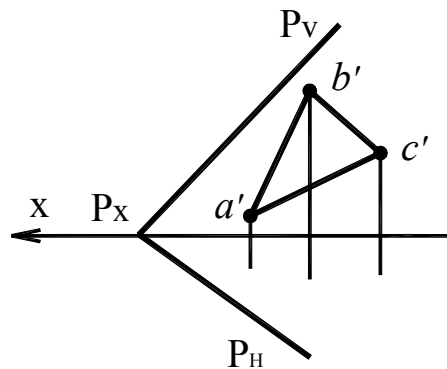
4.2.7. Обертанням навколо горизонтальної прямої визначити кут φ між прямою AB і площиною P .



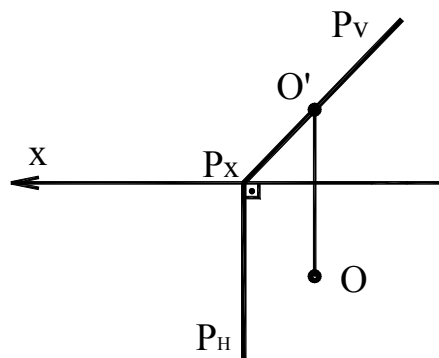
4.2.8. Обертанням навколо горизонтальної прямої визначити натуральну величину кута φ між площинами P і Q .



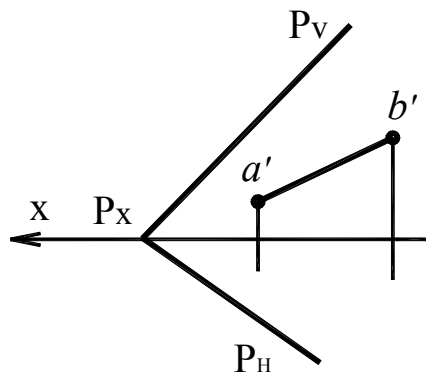
4.2.9. Обертанням навколо горизонтального сліду P_H побудувати натуральну величину трикутника ABC , що лежить у площині $P(P_H; P_V)$.



4.2.10. Побудувати коло радіусом R із центром у точці O , що належить площині P .

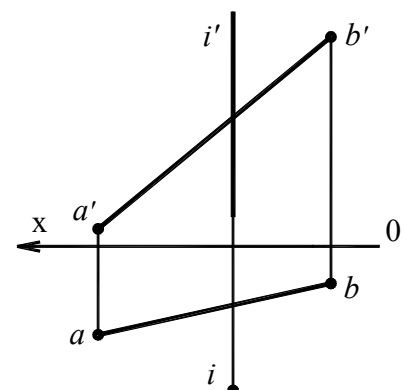


4.2.11. У площині P побудувати рівносторонній трикутник ABC , якщо задана фронтальна проекція його сторони AB .

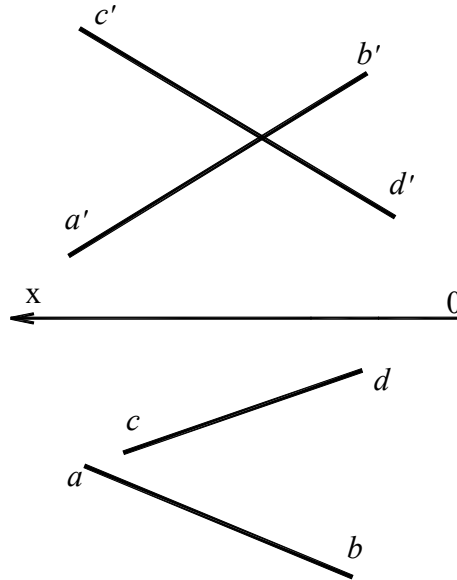


Задачі для самостійного рішення

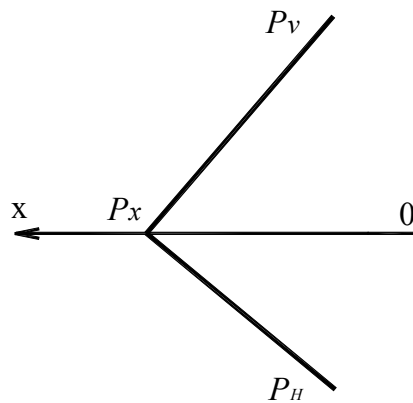
1. Повернути відрізок AB навколо осі i , перпендикулярної до площини H , на кут 120° по напрямкові руху годинної стрілки.



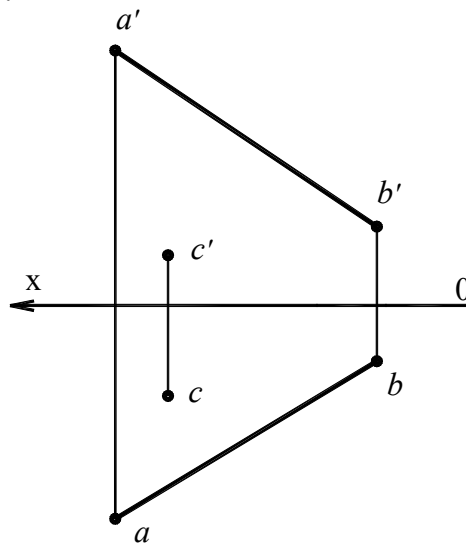
2. Прямі AB і CD поставити в таке положення, при якому їх горизонтальні проекції були б паралельні між собою.



3.)* Площину P переміщенням привести в положення, перпендикулярне до площини H .



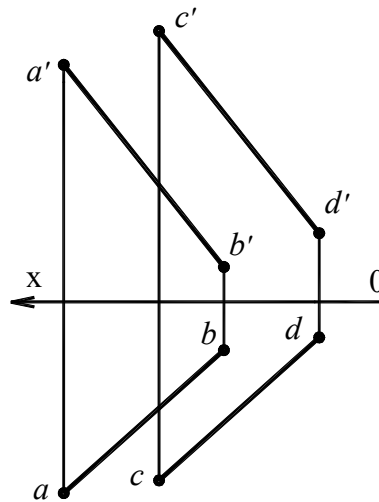
4. Опустити перпендикуляр із точки C на пряму AB . Вирішити приклад обертянням навколо горизонталі і фронталі.



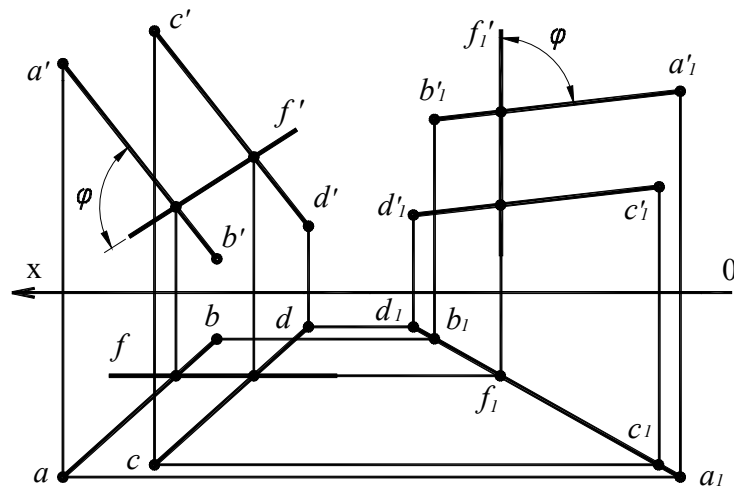
Задачі, помічені значком *) , вирішувати з письмовим поясненням

Приклад рішення задачі з поясненням.

Задача. Паралельні прямі AB і CD перемістити в таке положення, при якому їх горизонтальні проекції зливаються в одну пряму лінію.



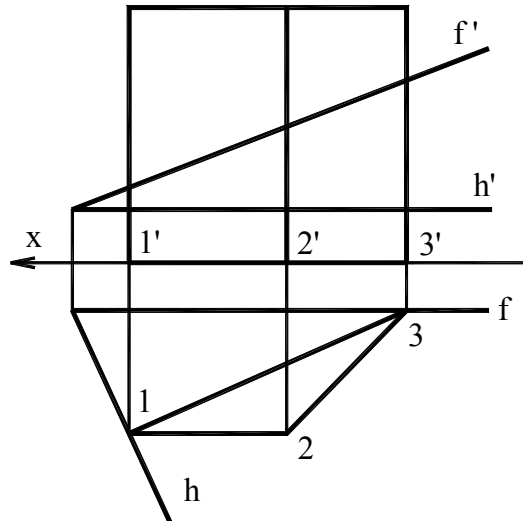
Розв'язання. Паралельні прямі AB і CD визначають площину, їх горизонтальні проекції зливаються в одну пряму, коли ця площина займає положення, перпендикулярне до горизонтальної площини проєкцій. Звідси: проводимо фронталь цієї площини і переміщенням усієї системи паралельно площині V ставимо фронталь у положення, перпендикулярне до площини H . Взаємне положення фронтальних проєкцій прямих при цьому не змінюється. Маючи фронтальні проєкції $(a_1'b_1')$ і $(c_1'd_1')$ прямих, знаходимо їхні горизонтальні проєкції (a_1b_1) і (c_1d_1) , що злилися в одну пряму.



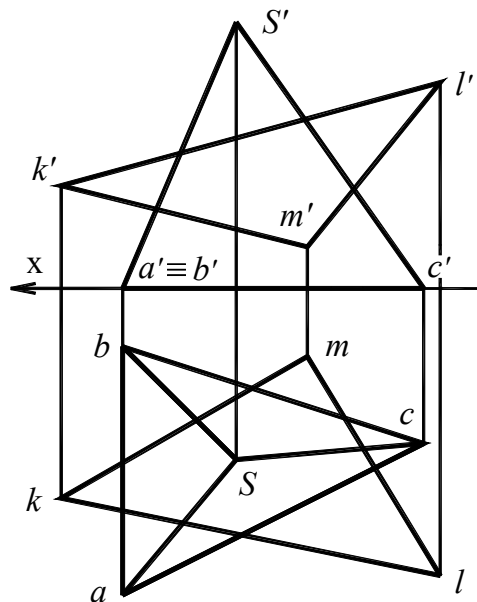
5. Поверхні

5.1. Перетинання поверхонь площиною. Побудова розгорток поверхонь

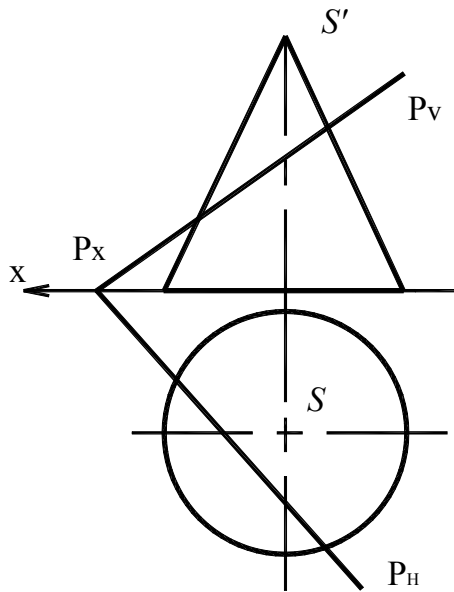
5.1.1. Побудувати проекції перетину, натуральну величину перетину (методом зміни площин проекцій) і повну розгортку усіченої частини прямої призми.



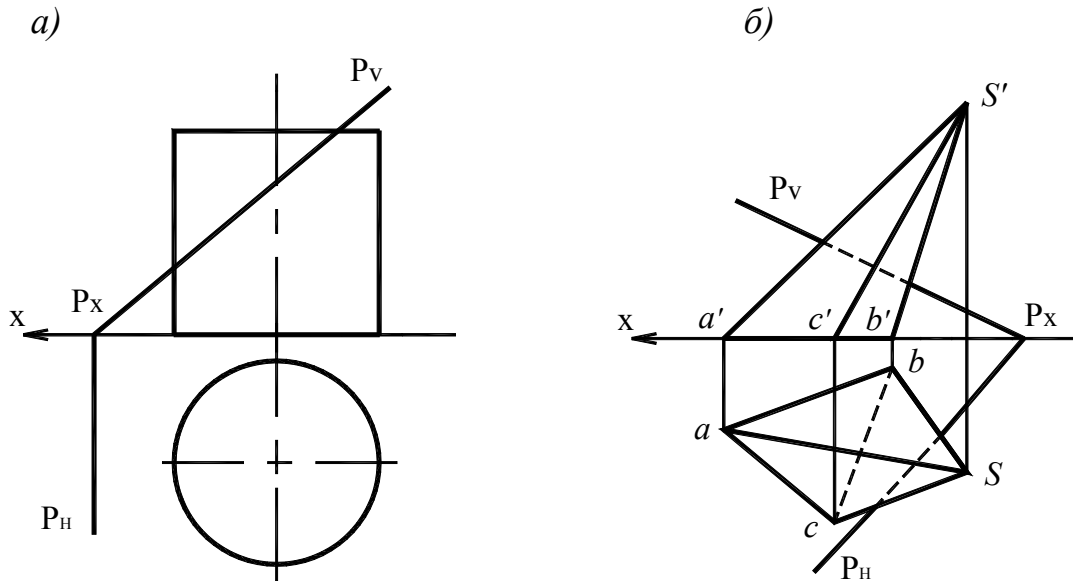
5.1.2. Побудувати проекції перетину, натуральну величину перетину (методом обертання навколо прямої рівня) і повну розгортку усіченої частини трикутної піраміди.



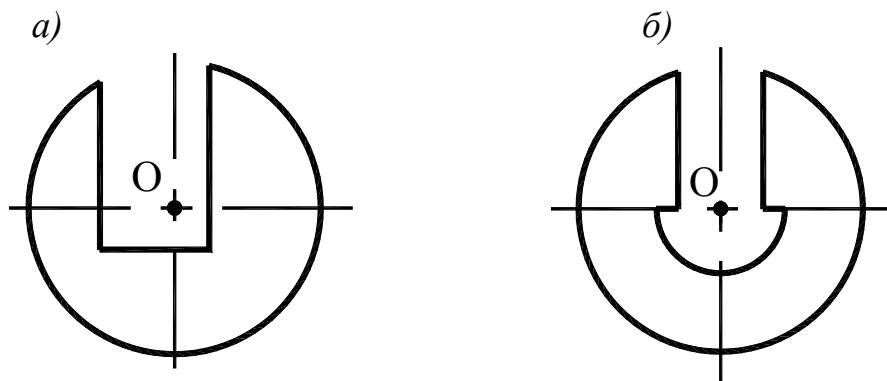
5.1.3. Побудувати проекції перетину, натуральну величину перетину й повну розгортку усіченої частини конусу (задачу розв'язати за допомогою допоміжних січних площин і перетворення креслення).



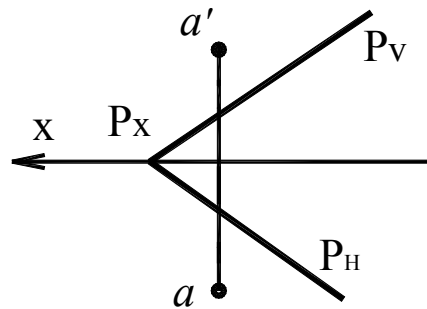
5.1.4. Побудувати проекції перетину, натуральну величину перетину і повну розгортку усіченої частини поверхні.



5.1.5. Побудувати горизонтальну й профільну проекції сфер.

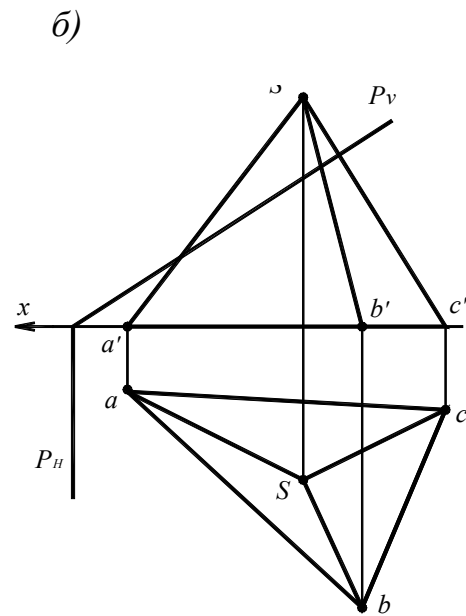
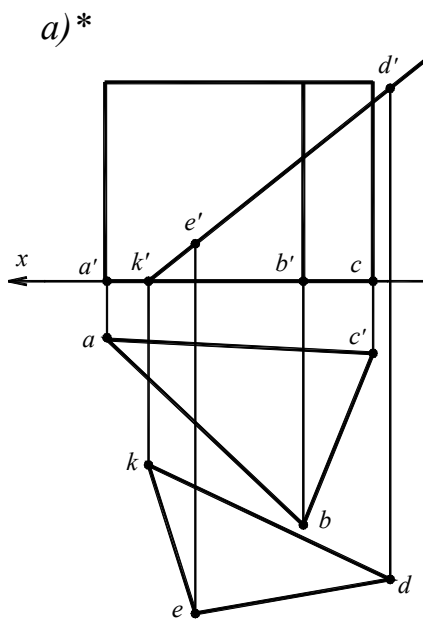


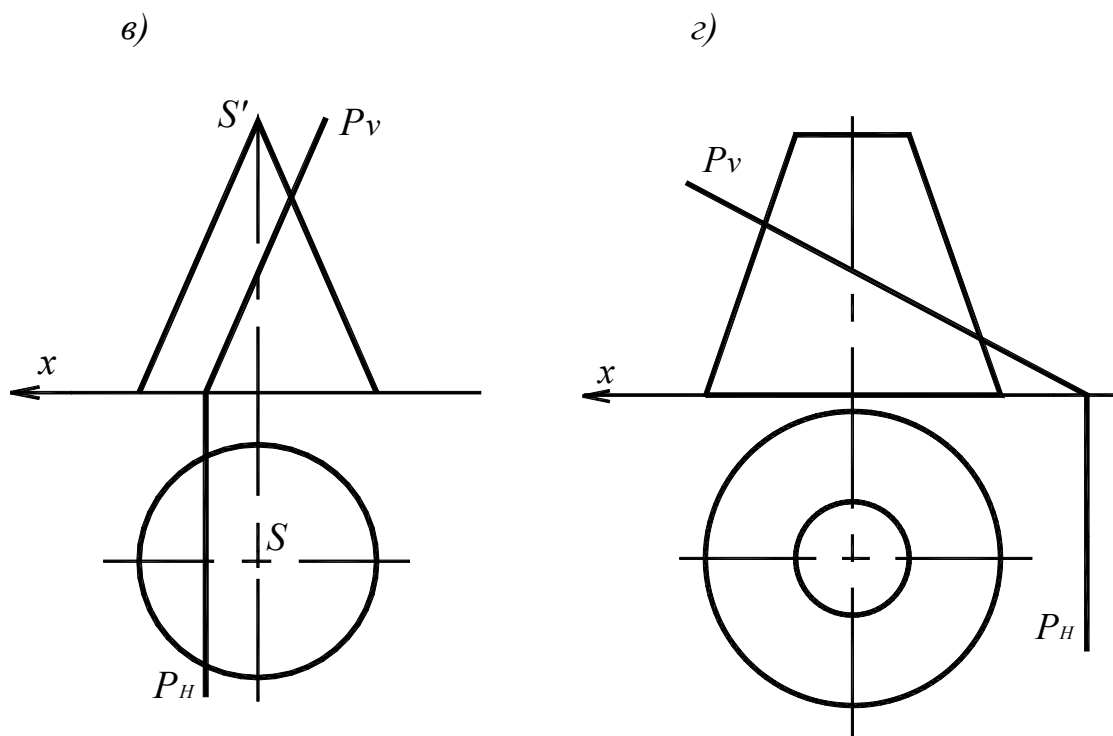
5.1.6. Побудувати на площині P геометричне місце точок (г.м.т), віддалене від її точки A на 60 мм. Примітка: г.м.т. - лінія перетинання сфери $R = 60$ мм із центром у точці A с площиною P .



Задачі для самостійного розв'язання

1. Побудувати перетини поверхонь P площиною і дати розгортку усіченої частини.

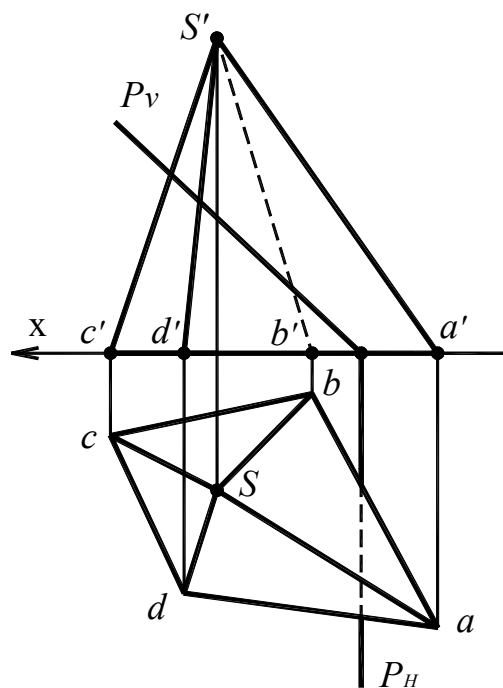




Задачі, помічені значком)*, вирішувати з письмовим поясненням

Приклад рішення задачі з поясненням.

Задача. Побудувати проєкції перетину піраміди P площиною і дати розгорнення усіченої частини.

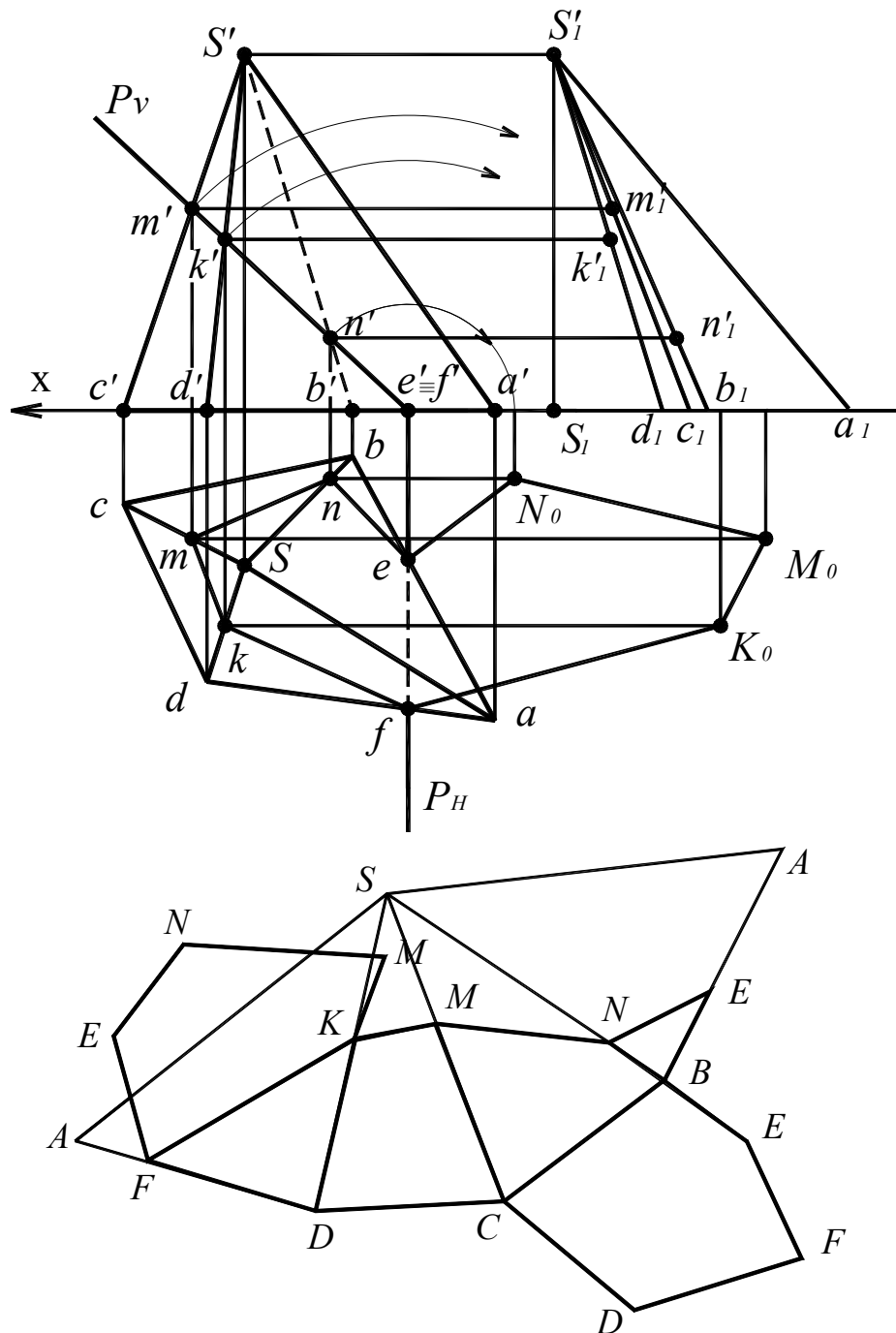


Розв'язання. Знаходимо точки перетину ребер піраміди з площиною P . Січна площина – фронтально-проєктуюча, тому на перетині фронтальних проєкцій ($s'b'$, $s'c'$, $s'd'$) с

фронтальним слідом (P_v) площині одержуємо фронтальні проекції (k', m', n') точок перетину і знаходимо горизонтальні проекції (k, m, n); ребро ($sa, s'a'$) січною площиною не перетинаються. Основа піраміди січною площиною перетинається по прямій ($ef, e'f'$). Знаходимо натуральні величини всіх бічних ребер піраміди – обертанням, площини перетину – суміщенням (або заміною площин проекцій).

Для того щоб одержати розгортку бічної поверхні усіченої піраміди, будуємо розгортку всієї бічної поверхні піраміди і наносимо на неї знайдені точки E, F, K, M, N . Визначаємо натуральні величини відрізків ($sk, s'k'$), ($sm, s'm'$), ($sn, s'n'$) і відкладаємо їх на прямих SA, SC, SD . Потім відкладаємо $BE = be$ на стороні AB і $DF = df$ на стороні DA . Пристроюємо верхню і нижню основи усіченої піраміди при якій-небудь грані. Отримана фігура є повною розгорткою поверхні усіченої піраміди.

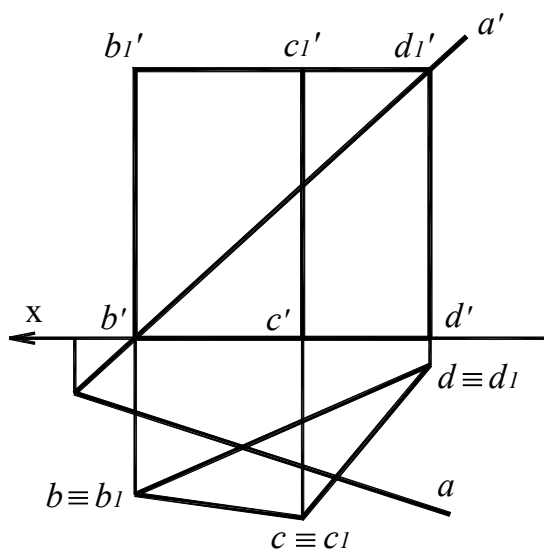
Примітка. Якщо січна площина – загального положення, рекомендується спочатку перетворити її в проектуючу заміною площин проекцій.



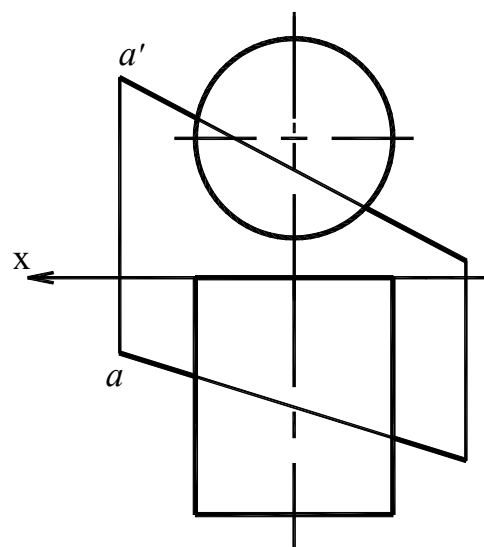
5.2. Перетин прямої з поверхнями.

5.2.1. Побудувати точки перетинання прямої a з поверхнями. Показати видимість прямої.

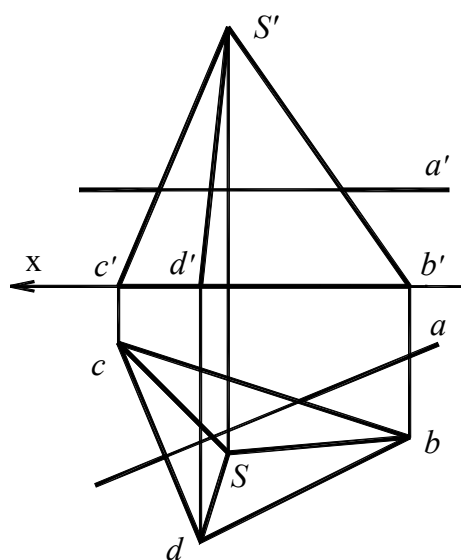
а)



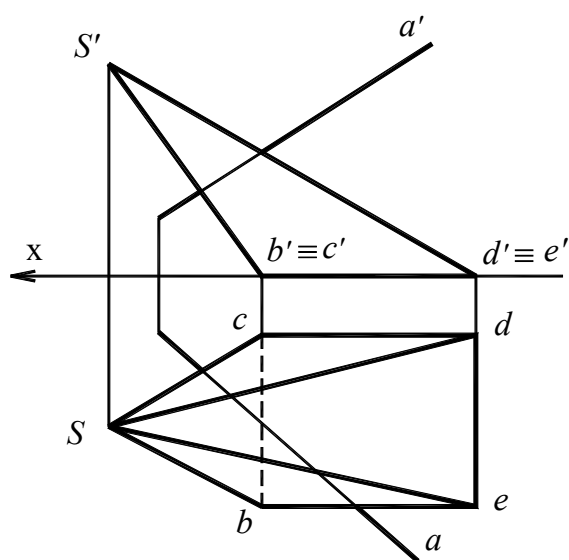
б)



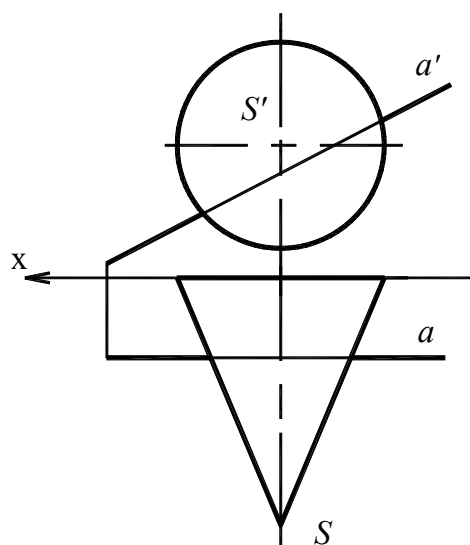
в)



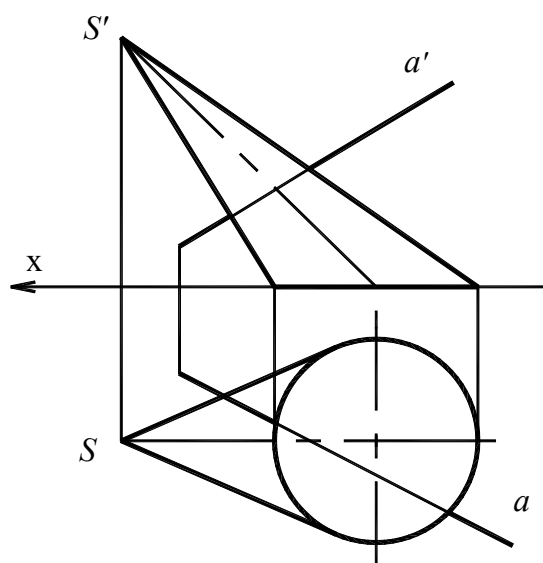
г)



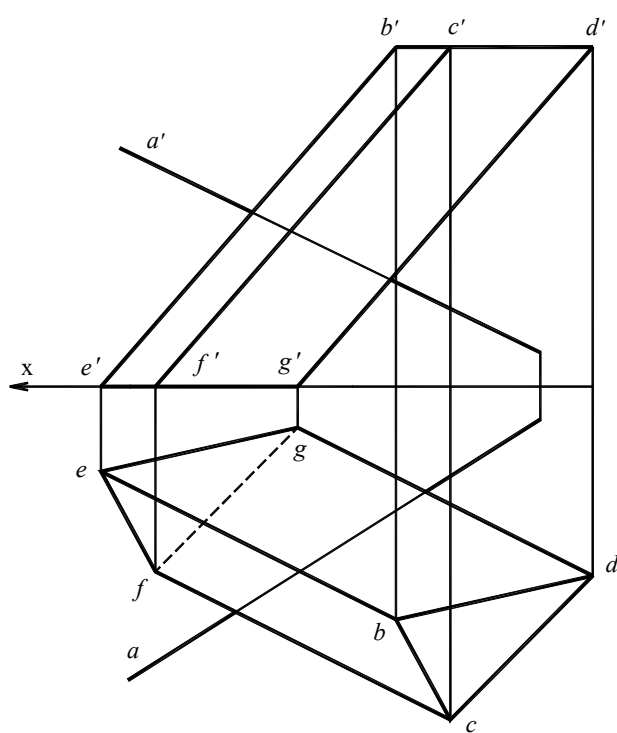
д)



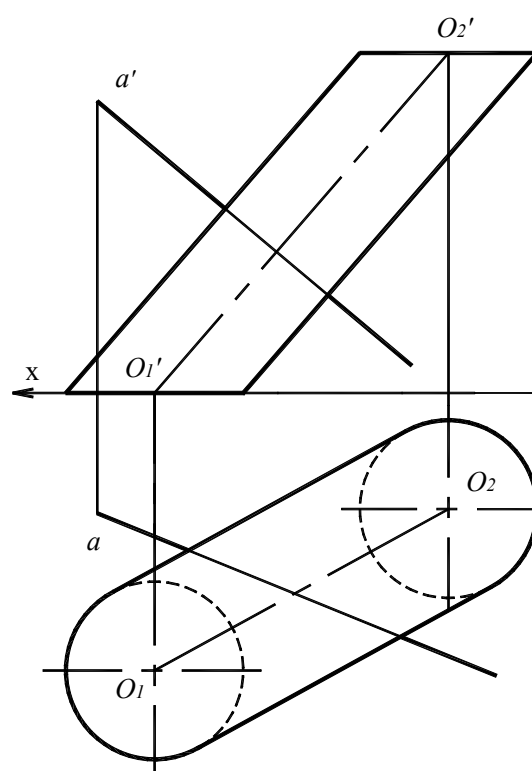
е)



е)

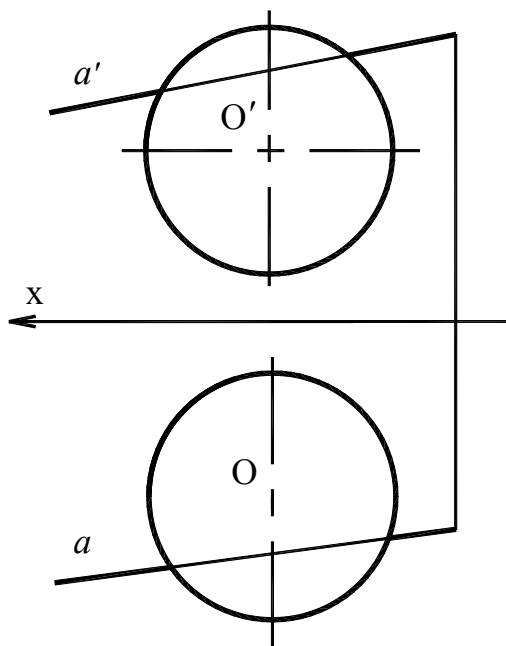


жс)

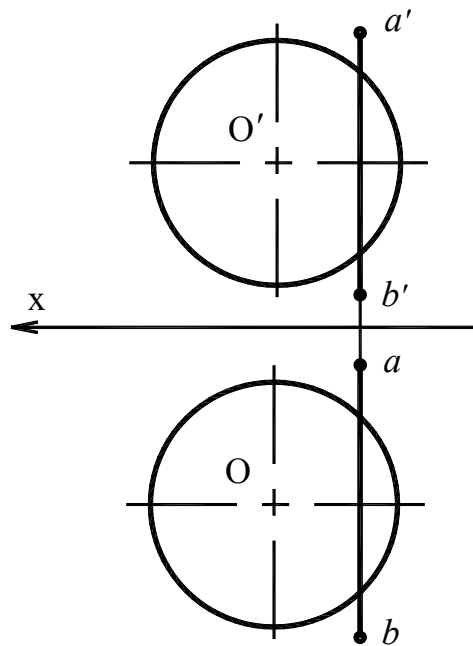


5.2.2. Побудувати точки перетинання прямої AB з сферою. Показати видимість прямої.

а)



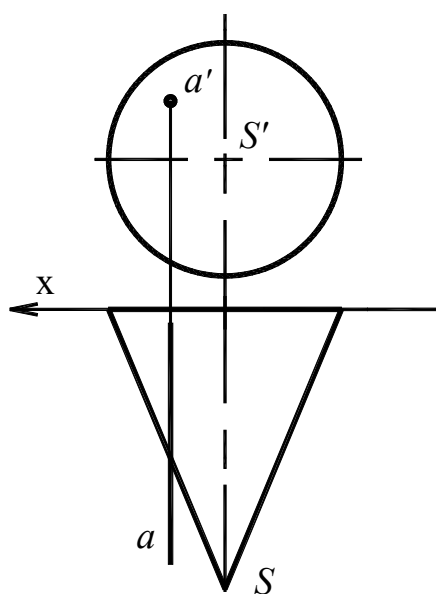
б)



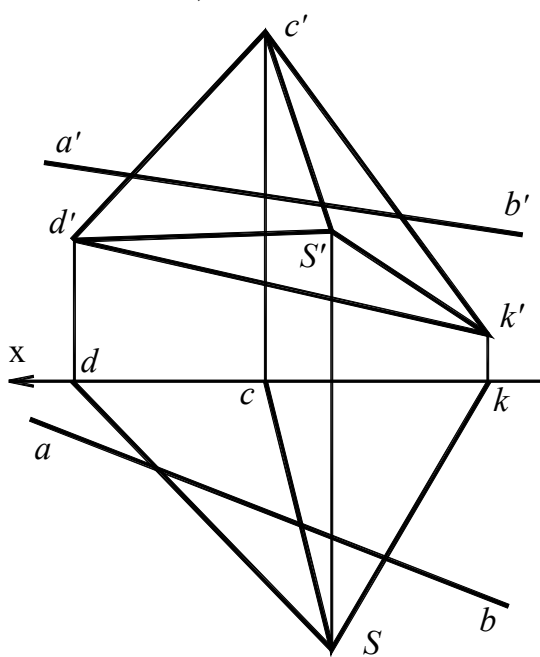
Задачі для самостійного розв'язання

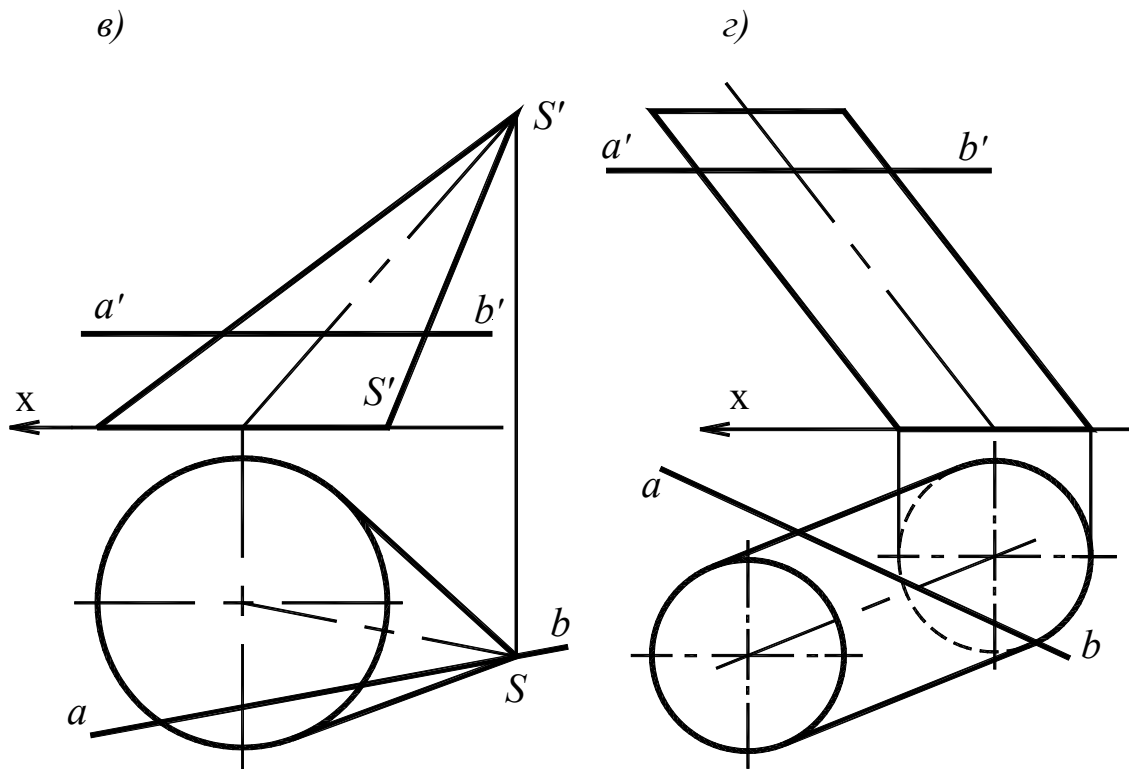
1. Знайти точки перетину прямої AB з поверхнею а) конуса, б) піраміди, в) похилого конуса, г) похилого циліндра.

а)*



б)



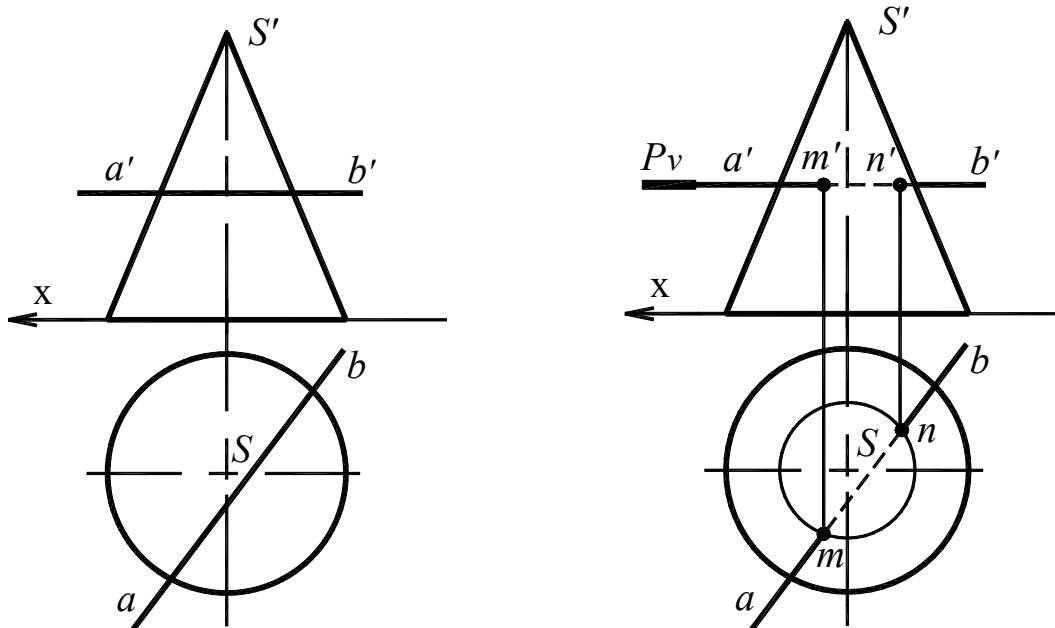


Задачі, помічені значком *)*, вирішувати з письмовим поясненням

Приклад рішення задачі з поясненням.

Задача. Знайти точки перетину прямої AB з поверхнею конуса.

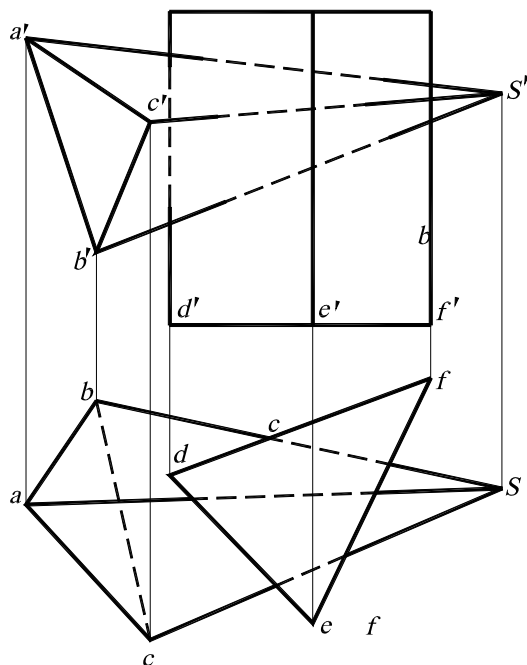
Розв'язання. Заключаємо пряму в площину P , паралельну площині H . Площина P перетинає конус по колу. На перетинанні горизонтальних проекцій кола і заданої прямої (ab) знаходимо горизонтальні проекції шуканих точок (m і n). Знаючи точки m і n знаходимо точки m' і n' на прямій $a'b'$. Визначаємо видимість прямої.



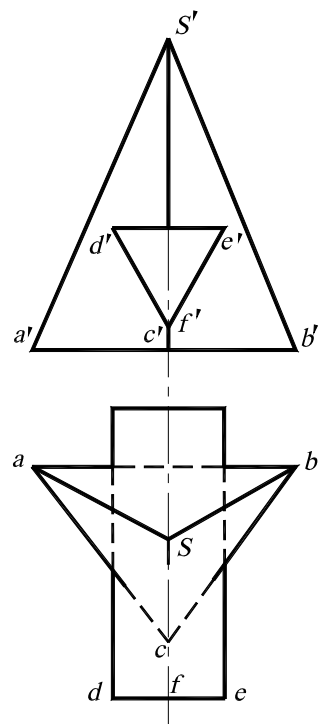
5.3. Взаємний перетин поверхонь

5.3.1. Побудувати три проекції з лініями перетину: а) прямої трикутної призми з похилою пірамідою; в) піраміди з призмою.

а)

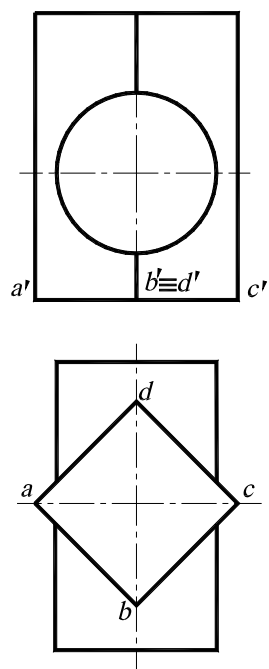


б)

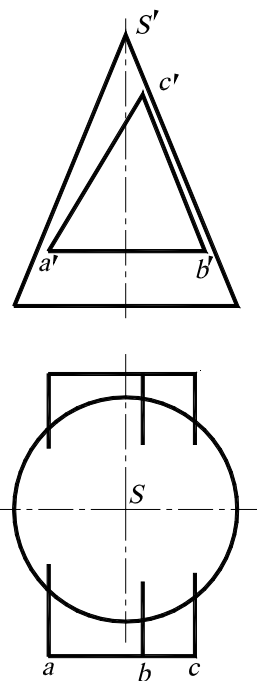


5.3.2. Побудувати три проекції з лініями перетину: а) прямої призми з циліндром; в) прямого конуса з призмою.

а)



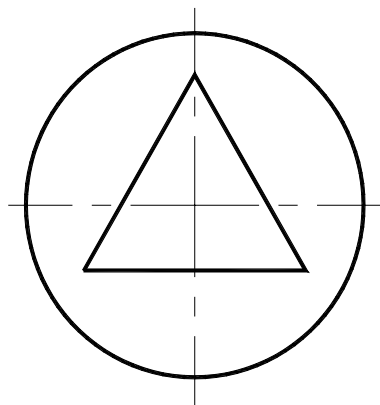
б)



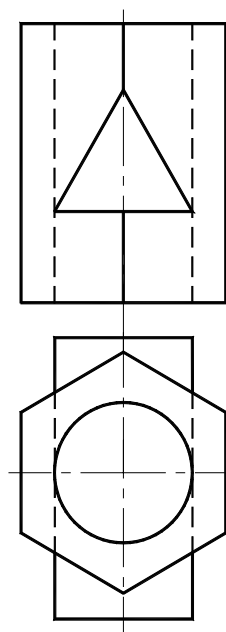
5.3.3. Побудувати три проекції з лініями перетину: а) сфери з тригранною призмою,

б) шестигранної призми з циліндричним отвором з тригранною призмою.

а)



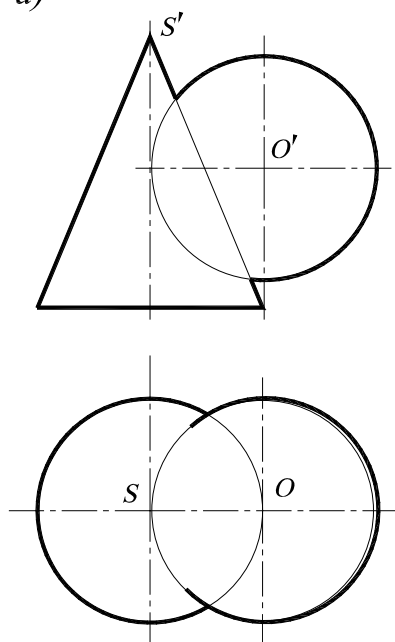
б)



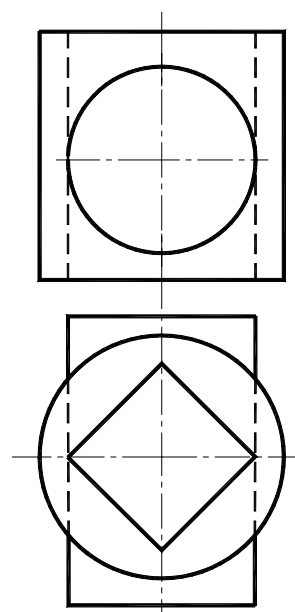
Задачі для самостійного рішення

1. Побудувати три проекції з лініями перетину: а) конуса і сфери; б) циліндра з призматичним отвором і циліндра.

а)*

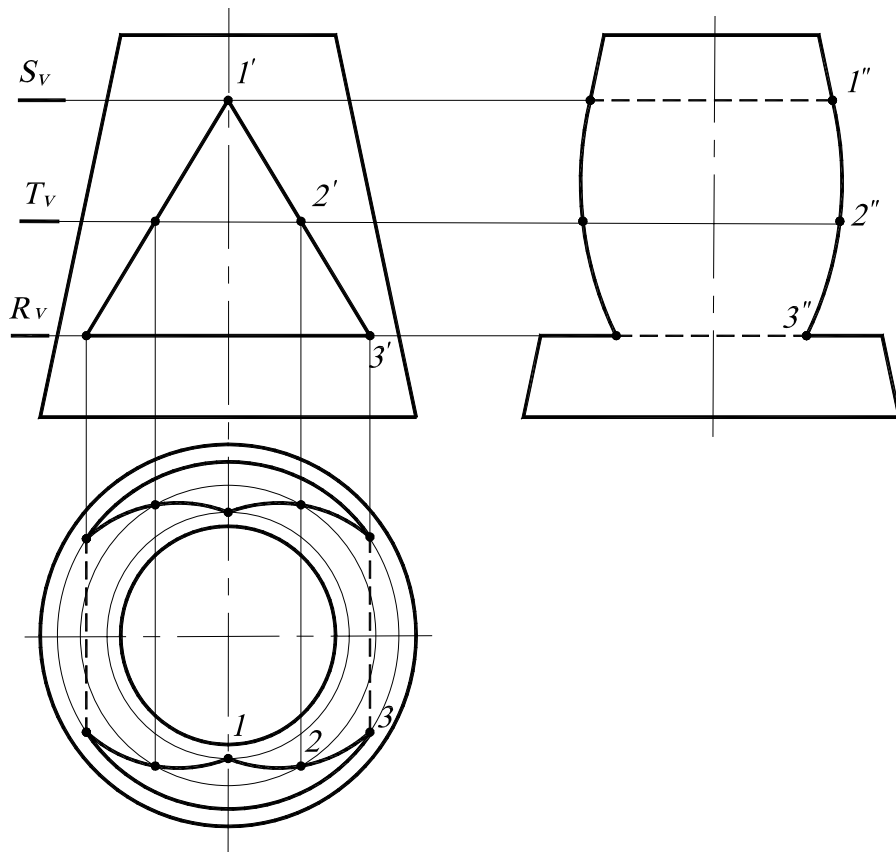


б)



Приклад рішення задачі з поясненням.

Задача. Побудувати три проекції усіченого конуса призматичним отвором.

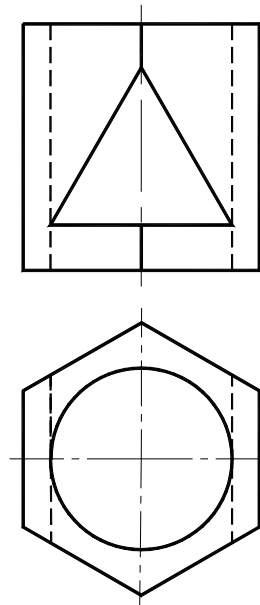


Розв'язання. За умовою задачі конічна поверхня перетинається гранями призми. Грані перпендикулярні фронтальній площині проєкцій і тому фронтальна проєкція лінії перетину співпадає з фронтальною проєкцією призми. Для побудови горизонтальної проєкції лінії перетину беремо на фронтальній проєкції декілька точок, наприклад, точки 1 , 2 і 3 і будемо їх горизонтальні проєкції. Для прикладу розглянемо точку 1 . Виходимо з того, що точка належить поверхні, якщо вона лежить на якій-небудь лінії цієї поверхні. Перетнемо конус горизонтальною площиною S , що проходить через точку 1 . На поверхні конуса одержимо коло, на якому лежить точка 1 . Будемо горизонтальну проєкцію цього кола, а на ньому за допомогою лінії зв'язку горизонтальну проєкцію точки 1 . Подібним чином будемо всі інші точки. Маючи дві проєкції конуса, будемо його третю проєкцію.

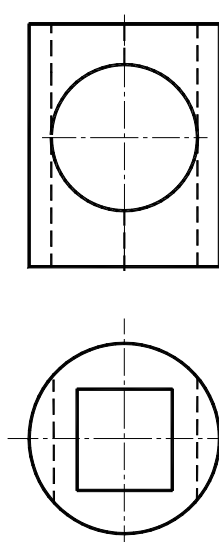
5.4 Аксонометричні зображення

5.4.1 Побудувати ізометрію з вирізом $\frac{1}{4}$ частини: а) шестигранної призми з отворами; б) циліндра з отворами.

а)

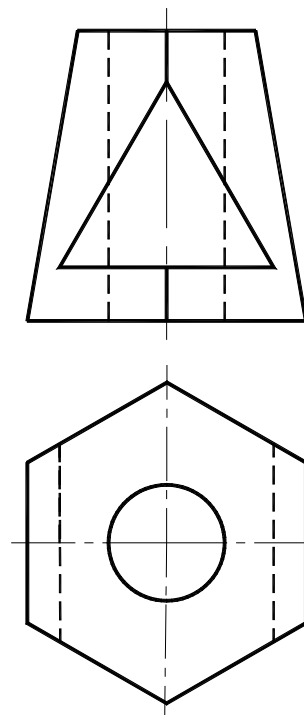


б)

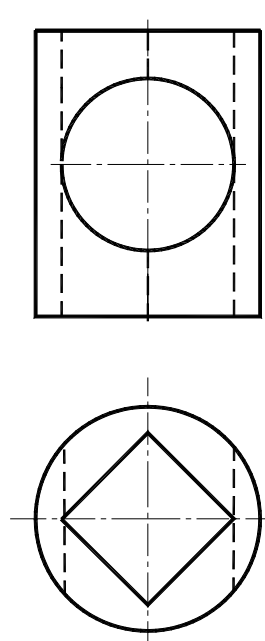


5.4.2 Побудувати диметрію з вирізом $\frac{1}{4}$ частини: а) усіченого конуса з отворами; б) циліндра з отворами.

а)



б)



Література

1. Гордон О.В. Начертательная геометрия: - М.: Недра.-2 с.
2. Ломоносов Г.Г., Инженерная графика: Учебник для вузов. – М.: Недра. – 287 с.
3. Рускевич Н.Л. и др. Сборник задач по начертательной геометрии. – К.: Вища шк., 1973. – 311 с.
4. Рудаев А.К. Сборник задач по начертательной геометрии. – М.: Физматгиз, 1962. – 283 с.
5. Михайленко В. Е., Пономарев А.М. Инженерная графика: Учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Вища шк., 1985. – 295 с.
6. Прерис А.М., Бубырь Ю.В., Павленко А.В. и др. Начертательная геометрия и черчение. Инженерная графика. Методические указания по курсу и контрольные задания для студентов инженерно-технических специальностей (кроме строительных) заочной формы обучения. – Х.: УЗПИ, 1986. – 151 с.
7. Справочник по инженерной графике / Потышко А.В., Крушевская Д.П.; Под ред. А.В. Потышко. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Будівельник, 1983. – 264 с.

Зміст

Вступ	3
1. Проектування точки на дві і три площини проєкцій	4
2. Проектування прямої	7
3. Площина	15
3.1. Точка і пряма в площині	15
3.2. Перетин площин	20
3.3. Перетин прямої з площиною	24
3.4. Паралельність прямої і площини. Паралельність площин.	26
3.5. Перпендикулярність прямої і площини. Перпендикулярність площин.	29
4. Перетворення рисунка	33
4.1. Спосіб переміни площин проєкцій	33
4.2. Спосіб обертання.	36
5. Поверхні	41
5.1. Перетинання поверхонь площиною. Побудова розгорток поверхонь	41
5.2. Перетин прямої з поверхнями.	46
5.3. Взаємний перетин поверхонь	50
5.4 Аксонометричні зображення	53
Література	54

Жовтяк Опанас Семенович
Савельєва Тамара Степанівна

НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ.
ЗБІРНИК ЗАДАЧ ДО ВИКОНАННЯ АУДИТОРНИХ І ДОМАШНІХ ЗАВДАНЬ

для студентів напряму підготовки
6.050301 Гірництво

ДВНЗ «Національний гірничий університет».
49005, м. Дніпропетровськ, просп. К. Маркса, 19.